

CASIO CFX-9850GB

LEKCJE MATEMATYKI

z kalkulatorem
graficznym

wersja dla kalkulatora CASIO



LICEUM I TECHNIKUM

CASIO CFX-9850GB

LEKCJE MATEMATYKI

z kalkulatorem
graficznym

wersja dla kalkulatora CASIO

Praca zbiorowa pod redakcją
Piotra Zarzyckiego

Współpraca
Bogusława Sasinowska



GDĄSKIE WYDAWNICTWO
OŚWIATOWE

Redakcja: *Agnieszka Szulc, Jerzy Trzeciak*
Korekta: *Anna Herzog*
Okładka: *Joanna Kołyszko*
Skład (T_EX): *BOP s.c., <http://www.bop.com.pl>*

ISBN 83-88881-62-0

© Copyright by Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, 2003
Gdańsk 2003. Wydanie pierwsze

Druk i oprawa: Stella Maris, Gdańsk

Wszystkie książki Wydawnictwa dostępne są w sprzedaży wysyłkowej.

Zamówienia prosimy nadsyłać pod adresem:

Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe

80-876 Gdańsk 52, skrytka pocztowa 59

infolinia 0-801-643-917

tel./fax (58) 302-62-12, 302-59-16

<http://www.gwo.pl> e-mail: gwo@gwo.pl

Spis treści

Wstęp	5
1. Jak zobaczyć okres rozwinięcia dziesiętnego ułamka zwykłego?	6
2. Jak zostać świetnym rachmistrzem?	11
3. Równoległość prostych danych w postaci kierunkowej	17
4. Przekształcenia wykresów funkcji – przesunięcie o wektor	23
5. Postać kanoniczna trójmianu kwadratowego – ćwiczenia	28
6. Wykresy wielomianów	34
7. Nierówności wielomianowe	39
8. Odkrywanie wzorów na sumy $1^k + 2^k + \dots + n^k$	44
9. Ciąg arytmetyczny	51
10. Co to znaczy, że ciąg liczbowy ma granicę?	56
11. Poszukiwanie kształtu działki o największym polu	63
12. Modelowanie ruchu pojazdów w tunelu	69
13. Pojęcie prawdopodobieństwa	74

Wstęp

Kalkulatory graficzne to nowoczesny środek dydaktyczny, z powodzeniem stosowany od ponad dwudziestu lat w wielu krajach (Anglia, Austria, Francja USA). W Polsce ta techniczna „nowinka” powoli przebija się do szkół. Autorzy niniejszych scenariuszy są przekonani, że warto używać kalkulatorów na lekcjach matematyki, i mają nadzieję, że książka ta zachęci do tego zarówno nauczycieli, jak i uczniów.

Książka zawiera 13 scenariuszy lekcji matematyki dla szkoły ponadgimnazjalnej, w trakcie których używane są kalkulatory graficzne. Scenariusze są bardzo szczegółowe, gdyż opisujemy pierwsze lekcje z kalkulatorem graficznym – pierwsze zarówno dla uczniów, jak i dla nauczycieli. Każdy scenariusz zawiera opis toku jednej lub kilku lekcji na dany temat, a także uwagi techniczne dotyczące korzystania z kalkulatora CASIO CFX-9850GB oraz słowniczek zawierający krótkie informacje na temat komend używanych w czasie danej lekcji. Obsługa kalkulatora to pewna liczba prostych czynności; przygotowując te materiały, kierowaliśmy się zasadą, że nie należy ich uczyć osobno, ale bezpośrednio w czasie lekcji matematyki, podając, które klawisze powinny być użyte, jakie opcje wybrane do konkretnego zadania. Oczywiście użytkownicy nie powinni zapominać o instrukcji obsługi, do której warto często zaglądać. Nauczyciele używający innych typów kalkulatorów mogą łatwo wykorzystać pomysły zawarte w tej książce, zmieniając odpowiednio komendy. Scenariusze zostały także wydane w wersji dla kalkulatora TEXAS INSTRUMENTS TI-83.

Prezentowana książka jest pierwszą z serii *Lekcje matematyki z kalkulatorem graficznym*. Przygotowujemy następne pozycje z tej serii, m.in. scenariusze lekcji matematyki obejmujące cały materiał gimnazjum. Planujemy także wydanie scenariuszy lekcji fizyki. Każda uwaga Czytelników dotycząca niniejszej pozycji będzie dla nas bardzo pomocna przy opracowywaniu następnych materiałów.

Na początku napisaliśmy, że technika z pewnym oporem wchodzi do polskich szkół. Spróbujmy szerzej otworzyć drzwi naszych klas dla innowacji technicznych, które rozsądnie wykorzystywane, mogą znacznie poprawić rozumienie matematyki przez uczniów i wpłynąć na lepszy jej odbiór. Przekonaliśmy się o tym sami, wykorzystując na lekcjach matematyki kalkulatory graficzne i ciesząc się, jak wiele udało się dzięki nim osiągnąć. Tą radością chcemy podzielić się z Czytelnikami.

Autorzy

3. Równoległość prostych danych w postaci kierunkowej

(czas realizacji - 1 lekcja)

Cele

- kształcenie umiejętności sprawdzania, czy proste opisane równaniami w postaci kierunkowej są równoległe
- sformułowanie wniosku dotyczącego współczynników kierunkowych prostych równoległych na płaszczyźnie
- kształcenie umiejętności wyznaczania równania prostej przechodzącej przez dany punkt i równoległej do danej prostej

Plan lekcji

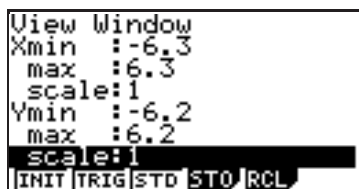
1. Opis problemu - zadanie nr 1.
2. Rysowanie prostych w układzie współrzędnych za pomocą kalkulatora.
3. Wyznaczanie równania prostej przechodzącej przez dany punkt i równoległej do prostej danej w postaci kierunkowej lub ogólnej.
4. Zadania do samodzielnego rozwiązania.

Uwagi techniczne

Kalkulatory uczniowskie powinny być przed lekcją zresetowane (MEM EXE $\langle \text{RESET} \rangle$ EXE F1 (YES) MENU) oraz ustawione na standardowy format wyświetlania liczb (RUN EXE SHIFT MENU (SET UP) $\langle \text{DISPLAY} \rangle$ F3 (Norm2) EXE).

Korzystając z funkcji rysowania Sketch, należy pamiętać, że w trybie GRAPH funkcja ta jedynie dodaje elementy (punkty, linie, koła itp.) do gotowych już wykresów, bez ich zapisu w pamięci kalkulatora. Można ją wywołać po wprowadzeniu polecenia DRAW (F6 (DRAW)) klawiszem F4 (Sketch).

Przy korzystaniu z tej funkcji warto zmienić ustawienia parametrów okna, by ułatwić odczytywanie współrzędnych kursora (SHIFT F3 (V-Window)):



```
View Window
Xmin : -6.3
max : 6.3
scale: 1
Ymin : -6.2
max : 6.2
scale: 1
INIT TRIG STO RCL
```

Słowniczek

GRAPH **EXE** - wejście do edytora funkcji

x,θ,T - wprowadzenie zmiennej, np. x

View Window - ustawienia parametrów układu współrzędnych (okna); wywołanie: **SHIFT** **F3** (V-Window)

DRAW - rysowanie wykresów funkcji; wywołanie: **F6** (DRAW)

Simul Graph - rysowanie kilku wykresów jednocześnie; wywołanie: **SHIFT** **MENU** (SET UP) <Simul Graph> **F1** (On)

Zoom Square - wybór jednakowych jednostek na obu osiach układu współrzędnych; wywołanie: **SHIFT** **F2** (ZOOM) **F6** (→) **F2** (SQR)

Sketch - funkcja rysowania; wywołanie w trybie GRAPH: po wykonaniu komendy DRAW - **SHIFT** **F4** (Sketch)

Vertical - rysowanie prostych pionowych; opcja funkcji rysowania Sketch; wywołanie w trybie GRAPH: po wejściu do funkcji rysowania - **F6** (→) **F4** (Vert); za pomocą strzałek należy wybrać punkt, przez który przechodzić ma prosta, i zatwierdzić klawiszem **EXE**

Horizontal - rysowanie prostych poziomych; opcja funkcji rysowania Sketch; wywołanie w trybie GRAPH: po wejściu do funkcji rysowania - **F6** (→) **F5** (Hzt1); za pomocą strzałek należy wybrać punkt, przez który przechodzić ma prosta, i zatwierdzić klawiszem **EXE**

Plot - zaznaczanie punktu (a, b) w układzie współrzędnych; opcja funkcji rysowania Sketch; wywołanie w trybie GRAPH: po wejściu do funkcji rysowania - **F6** (→) **F1** (Plot) **F2** (P1-On); za pomocą strzałek należy ustawić kursor w wybranym punkcie i zatwierdzić klawiszem **EXE**

Przebieg lekcji

1. Opis problemu - zadanie nr 1.

Początek lekcji można poświęcić na krótką dyskusję na temat prostych równoległych. Uczniowie mogą wskazywać przykłady takich prostych w klasie. Warto przypomnieć, że równoległość prostych na płaszczyźnie oznacza, że proste te nie mają punktów wspólnych lub pokrywają się.

Zadanie nr 1

Narysuj w zeszycie proste o równaniach:

a) $y = 3x + 5$ i $y = 2x + 5$

b) $y = 2x + 3$ i $y = 2x + 5$

c) $y = 5$ i $y = -2$

Zadajemy uczniom pytania:

- Które pary przedstawiają proste równoległe?
- Co możesz powiedzieć o współczynnikach w równaniach prostych równoległych?

Uczniowie zapisują wniosek:

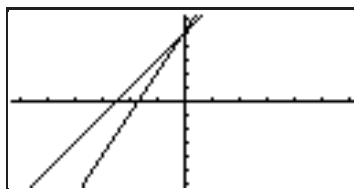
- Proste o równaniach w postaci kierunkowej są równoległe, jeśli współczynniki kierunkowe w tych równaniach są sobie równe.

Ta ważna własność, dotycząca w gruncie rzeczy funkcji liniowej, powinna być znana licealistom.

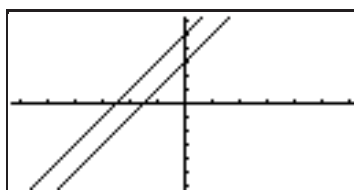
2. Rysowanie prostych w układzie współrzędnych za pomocą kalkulatora.

Warto jeszcze raz zwrócić uwagę uczniom, że każde równanie prostej z zadania nr 1 przedstawia funkcję liniową. Uczniowie sprawdzają rozwiązanie tego zadania za pomocą kalkulatora.

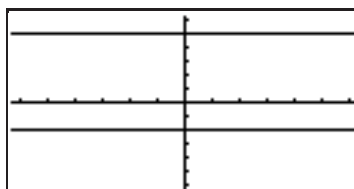
```
Graph Func :Y=  
Y1=3X+5  
Y2=2X+5  
Y3:  
Y4:  
Y5:  
Y6:  
[SEL DEL TYPE CLR MEM DRAW
```



```
Graph Func :Y=  
Y1=2X+3  
Y2=2X+5  
Y3:  
Y4:  
Y5:  
Y6:  
[SEL DEL TYPE CLR MEM DRAW
```



```
Graph Func :Y=  
Y1=5  
Y2=-2  
Y3:  
Y4:  
Y5:  
Y6:  
[SEL DEL TYPE CLR MEM DRAW
```



Zadanie nr 2

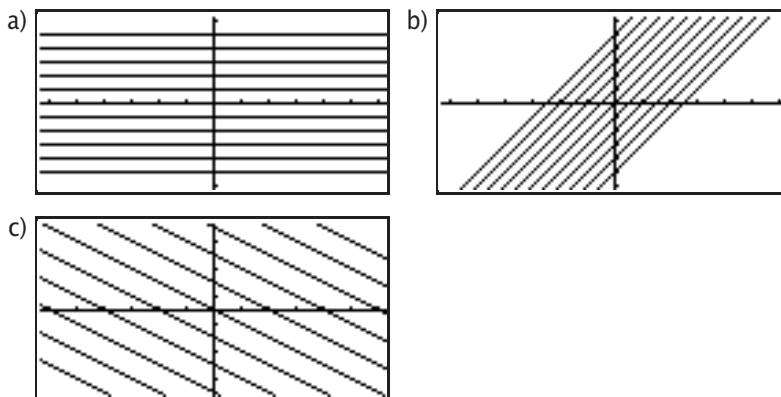
Napisz w edytorze funkcji (**GRAPH** **EXE**) dwa równania prostych w postaci kierunkowej przedstawiające:

- a) proste równoległe,
- b) proste, które nie są równoległe.

Używając komendy **F6** (DRAW), sporządź wykresy tych prostych.

Zadanie nr 3

Ustaw odpowiednie parametry okna ((SHIFT) F3 (V-Window)) i wpisz w edytorze funkcji wzory takich funkcji liniowych, aby otrzymać następujące ekrany:



Uwaga: Warto, aby uczniowie poznali „sprytny” sposób rysowania kilku wykresów funkcji za pomocą określenia wzoru funkcji z parametrami (patrz ekran poniżej).

```
Graph Func :Y=  
Y1(-5,-4,-3,-2,-1,1  
Y22X+(-5,-4,-3,-2,-  
Y3-X+(-10,-8,-6,-4,  
Y4:  
Y5:  
Y6:  
[SEL DEL TYPE CLR MEM DRAW
```

3. Wyznaczanie równania prostej przechodzącej przez dany punkt i równoległej do prostej danej w postaci kierunkowej lub ogólnej.

Zadanie nr 4

a) Napisz równanie prostej równoległej do prostej $y = -2$ i przechodzącej przez punkt $A = (4, 3)$.

Uwaga: Punkt $A = (4, 3)$ można również potraktować jako wykres funkcji $y = 3$ w granicach $[4, 4]$ (patrz ekran poniżej).

```
Graph Func :Y=  
Y1(4,4  
Y2:  
Y3:  
Y4:  
Y5:  
Y6:  
[SEL DEL TYPE CLR MEM DRAW
```

b) Wyznacz równanie prostej równoległej do prostej $y = -0,5x + 4$ przechodzącej przez punkt $A = (3, 7)$. Narysuj obie proste w układzie współrzędnych.

c) Sprawdź na kalkulatorze poprawność rozwiązania punktów a) oraz b), wpisując w edytorze funkcji odpowiednie wzory, zaznaczając punkt A i rysując proste.

- d) Napisz równanie prostej równoległej do prostej o równaniu $x = 4$ i przechodzącej przez punkt $A = (1, 7)$. Narysuj obie proste w układzie współrzędnych. Podaj przykład innej prostej równoległej do prostej $x = 4$. Ile jest takich prostych?

W trybie GRAPH proste pionowe rysujemy podobnie jak proste poziome, zmieniając w edytorze funkcji typ z funkcji na stałą (patrz ekrany poniżej).



F3 (TYPE)



F4 (X = C) 4 EXE

W zadaniu nr 4 w punktach a) i d) można też wykorzystać funkcję rysowania Sketch, używając polecenia Horizontal do narysowania prostych poziomych oraz polecenia Vertical do narysowania prostych pionowych (patrz słowniczek).

Zadanie nr 5

Poniższe równania prostych w postaci ogólnej zapisz w postaci kierunkowej, wygodnej do wprowadzenia do edytora funkcji.

- a) $3x - y = 0$ c) $2x + y - 1 = 0$ e) $-5x - 7y + 3 = 0$
 b) $x - 5y = 0$ d) $8x - 2y - 7 = 0$

Zadanie nr 6

- a) Dla każdej z prostych z zadania nr 5 napisz równanie prostej równoległej do niej i przechodzącej przez punkt $A = (0, 4)$.
 b) Sprawdź, czy poprawnie rozwiązałeś zadanie z punktu a), rysując odpowiednie proste za pomocą kalkulatora.

4. Zadania do samodzielnego rozwiązania.

Zadanie nr 7

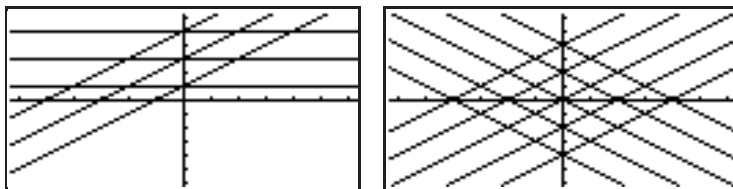
Sprawdź, czy proste o równaniach $x - 4,3y + 2 = 0$ i $y = 8,6x - 2$ są równoległe, a następnie narysuj je za pomocą kalkulatora.

Zadanie nr 8

Wyznacz równania dwóch prostych równoległych, z których pierwsza przechodzi przez punkt $A = (2, 3)$, a druga przez punkt $B = (5, 1)$. Sprawdź poprawność swojego rozwiązania, zaznaczając za pomocą kalkulatora punkty A oraz B i rysując odpowiednie proste.

Zadanie nr 9

Ustaw odpowiednie parametry okna (**SHIFT** **F3** (V-Window)) i wpisz w edytorze funkcji wzory takich funkcji liniowych, aby otrzymać następujące ekrany:



Zadanie nr 10

Dla jakiej wartości parametru m prosta k o równaniu $x - my + m - 2 = 0$ jest równoległa do prostej l o równaniu $x - 5y + m + 1 = 0$? Dla wyznaczonej wartości parametru m narysuj te proste za pomocą kalkulatora.

Wszystkie książki Wydawnictwa dostępne są w sprzedaży wysyłkowej.

Zamówienia prosimy nadsyłać pod adresem:

Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe

80-876 Gdańsk 52, skrytka pocztowa 59

infolinia 0-801-643-917

tel./fax (58) 302-62-12, 302-59-16

<http://www.gwo.pl> e-mail: gwo@gwo.pl



Matematyka bez kalkulatora to czasem marsz boso po śniegu z butami w plecaku.

Zalety pracy z kalkulatorami graficznymi zna niemal każdy nauczyciel. Jeśli jeszcze ich nie docenił, być może powodem jest brak tej książki.

Poradnik jest przeznaczony dla nauczycieli szkół ponadgimnazjalnych. Zawiera 13 scenariuszy lekcji opracowanych tak, by służyć pomocą zarówno początkującym, jak i tym, którzy mają już doświadczenie w pracy z kalkulatorami.

Każdy scenariusz to:

- szczegółowy opis toku lekcji,
- jasne i precyzyjne uwagi techniczne na temat korzystania z kalkulatora,
- słowniczek komend używanych w trakcie wykonywania zadań.

Autorzy książki to doświadczeni nauczyciele matematyki. Już dawno wyjęli buty z plecaków. Idzie im się znacznie szybciej.

Książka została wydana w dwóch wersjach: dla użytkowników kalkulatorów CASIO CFX-9850GB i TEXAS INSTRUMENTS TI-83.

