

Matematyka

CZASOPISMO DLA NAUCZYCIELI SZKÓŁ ŚREDNICH

w Szkole

nr 5

ISSN 1642-3550

cena 6,40 zł

listopad-grudzień 2002



Prawdopodobieństwo

Równania wielomianowe

Egzamin wstępny

SPIS TREŚCI

REFORMA

Aktualności sprzed lat	3
------------------------------	---

NAUCZANIE MATEMATYKI

<i>Renata Boszko</i> : Diagram z Krainy Czarów	4
<i>Witold Urbańczyk</i> : Kombinowanie na diagramie	6
<i>Iwona Potocka</i> : Nie ułatwiamy	7
<i>Witold Urbańczyk</i> : Zamiast polemiki	8
<i>Agnieszka Urbańczyk</i> : 2D	9
<i>Grażyna Miłoś</i> : Datowanie węglem ¹⁴ C	10
<i>Elżbieta Tomaszuk</i> : Po schodkach do ciągu	12
<i>Jacek Lech, Grażyna Miłoś</i> : Duże bywa pożyteczne	13
<i>Joanna Walczak</i> : Równania wielomianowe aktywnie	14
<i>Anna Kurzawska</i> : Sprowadzać albo nie sprowadzać	18
Sprostowanie	19
<i>Iwona Potocka</i> : Sinus z wielomianu	20
<i>Zofia Dam</i> : Sześć sposobów na trójkąt	22
Listy od Czytelniczek	25
<i>Michał Stukow</i> : Siła jednokładności	26
<i>Agnieszka Piecewska-Łoś</i> : Pięć brył Platona	28
<i>Michał Stukow</i> : Rozwiązania zadań I serii	30
<i>Jacek Lech</i> : List z Ameryki	34

MATERIAŁY

Egzamin wstępny	36
<i>Ryszard Krasicki</i> : Sprawdziany dla klasy I	39
<i>Katarzyna Borowiec</i> : Sprawdziany dla klasy I	42

Z OSTATNIEJ ŁAWKI

Nowy Hilbert	46
--------------------	----

CZAS PRZEDŁUŻYĆ PRENUMERATĘ – PATRZ STR. 2

Jacek Lech
Grażyna Miłośz

Duże bywa pożyteczne

Ciekawe wprowadzenie do tematów z podobieństwa i proporcji.

Każde z nas spędziło rok w Stanach Zjednoczonych, nauczając w amerykańskich szkołach i podróżując po tym olbrzymim kraju. Gdy opowiadaliśmy sobie o wrażeniach, że zdumieniem zauważyliśmy, że mamy dwie pary bardzo podobnych w wymowie zdjęć.

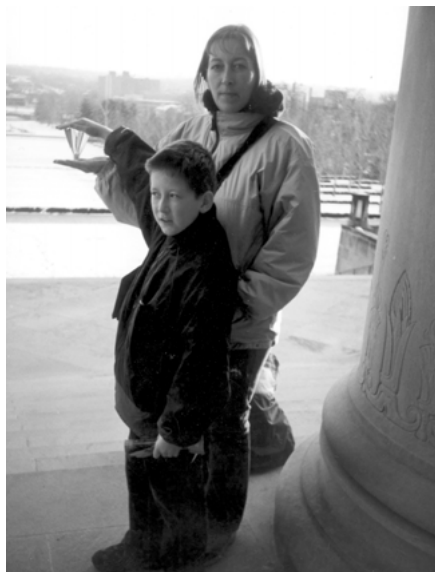
Popatrzcie na poniższe fotografie i spróbujcie oszacować, jak wysoki jest ogryzek na dłoni Grażyny i jak duża jest lotka między dłońmi Iwony, żony Jacka, i Kuby, ich syna. Jeśli podejrzewacie jakiś podstęp – macie zupełną rację. Porównajcie zdjęcia na str. 24. Imponujące, prawda?

Wykorzystujemy te zdjęcia – przeniesione na folię do rzutnika – na lekcjach matematyki w gimnazjum i liceum. Stanowią one świetne zagajenie do takich tematów, jak podobieństwo i proporcje. Porównując wymiary obu rzeźb ze wzro-

stem stojących przy nich ludzi, można określić, jak są wysokie, oraz obliczyć skale, w jakich „powiększono” zwykły ogryzek i lotkę.

Aż cisną się na usta pytania o wymiary rakiетки do badmintona, która odbiła tę gigantyczną lotkę, czy o wzrost olbrzyma, który zostawił ogryzek. Można pokusić się o obliczenie wagi ogryzka albo oszacować odległość fotografa od lotki. Uczniowie potrafią postawić jeszcze ciekawsze pytania.

Zdjęcie Grażyny pochodzi z Kentuck Knob w Pensylwanii, a Jacek fotografował lotkę przed budynkiem muzeum sztuki w Kansas City. Wszystkie fotografie znajdują się na naszej stronie internetowej: <http://www.gwo.pl/gazeta>. Zachęcamy do wydrukowania ich na folii i pokazywania uczniom. ■



Sześć sposobów na trójkąt

Propozycja lekcji powtórzeniowej z geometrii.

Na powtórkę z geometrii przeznaczyłam 2 godziny lekcyjne. Uczniowie pracowali w grupach czteroosobowych. Każda z grup otrzymała to samo zadanie:

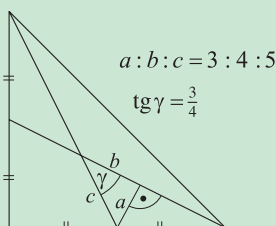
W trójkącie równoramiennym prostokątnym poprowadzono środkowe z wierzchołków kątów ostrych. Wyznacz miarę kąta ostrego utworzonego przez te środkowe.

Uwaga: wystarczy wyznaczyć dowolną funkcję trygonometryczną tego kąta.

Po kilku minutach podeszłam po kolei do każdej z grup uczniów i rozmawiałam o ich sposobie podejścia do zadania. Okazało się, że pojawiło się wiele metod.

Ciekawostka

Rozwiązaniem zadania jest $\text{tg } \gamma = \frac{3}{4}$. Zauważmy, że w takim razie γ równe jest najmniejszemu kątowi w trójkącie egipskim o bokach 3, 4, 5.



Gdy zadanie zostało rozwiązane (co zajęło 20 minut), uczniowie przedstawiali swoje obliczenia na tablicy. Z każdej grupy robiło to dwóch uczniów: jeden przedstawiał plan rozwiązania zadania, a drugi pełne rozwiązanie. Na koniec mogliśmy sprawdzić, czy wyniki są jednakowe – nie było to oczywiste, bo przy

różnych metodach rozwiązywania tego zagadnienia pojawiały się różne funkcje szukanego kąta.

Oceniając uczniów, wzięłam pod uwagę ich pomysłowość. Grupy, które zaproponowały więcej niż jedno rozwiązanie, dostały ocenę bardzo dobrą lub celującą. Ci zaś, którzy nie potrafili rozwiązać zadania bez moich podpowiedzi – najwyżej czwórkę. Na moich lekcjach nie wszyscy uczniowie z grupy dostają taką samą ocenę (mogą też nie otrzymać żadnej oceny).



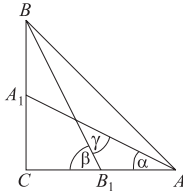
Tak przeprowadzone zajęcia wywołują aktywność, zachęcają do pracy. Pozwala to powtórzyć wiele zagadnień w ciągu dwóch godzin lekcyjnych, co przy małej liczbie godzin matematyki w szkole jest bardzo istotne. Uczniowie mieli też okazję uświadomić sobie, że szersza wiedza daje różne możliwości dojścia do celu, ale nawet przy pewnych brakach mamy szansę osiągnąć sukces.

A oto jak moi uczniowie rozwiązywali zadanie.

I sposób

Plan rozwiązywania zadania z zastosowaniem:

- definicji środkowej trójkąta
- definicji i wzorów z trygonometrii
- twierdzenia o sumie miar kątów wewnętrznych trójkąta

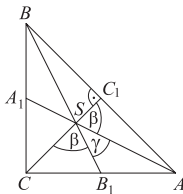


1. Oblicz $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{tg} \beta$.
2. Wyraż γ w zależności od α i β .
3. Oblicz $\operatorname{tg} \gamma$, mając dane: $\operatorname{tg} \alpha$ i $\operatorname{tg} \beta$.

II sposób

Plan rozwiązywania zadania z zastosowaniem:

- własności środkowych trójkąta
- własności kątów wierzchołkowych
- definicji i wzorów z trygonometrii

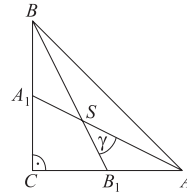


1. Przyjmując oznaczenie $|AB| = c$, oblicz $|SC_1|$.
2. Uzasadnij, że $\sphericalangle CSB_1 = \sphericalangle C_1SA$.
3. Niech $\sphericalangle C_1SA = \beta$. Wyznacz $\operatorname{tg} \beta$.
4. Wyznacz γ w zależności od β .
5. Oblicz $\operatorname{tg} \gamma$.

III sposób

Plan rozwiązywania zadania z zastosowaniem:

- własności środkowych trójkąta
- twierdzenia Pitagorasa
- twierdzenia cosinusów

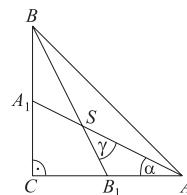


1. Oblicz długość środkowej $\overline{AA_1}$ i $\overline{BB_1}$, przyjmując, że $|CA| = |CB| = a$.
2. Wyraż $|SB_1|$, $|SA|$, $|B_1A|$ za pomocą a .
3. Zapisz twierdzenie cosinusów dla boku $\overline{AB_1}$ w trójkącie SB_1A .
4. Oblicz $\cos \gamma$.

IV sposób

Plan rozwiązywania zadania z zastosowaniem:

- twierdzenia Pitagorasa
- twierdzenia o środkowych trójkąta
- definicji sinusa kąta ostrego w trójkącie prostokątnym
- twierdzenia sinusów

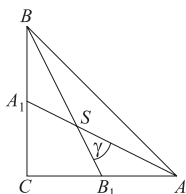


1. Wyznacz długości zaznaczonych na rysunku środkowych, przyjmując, że $|CA| = |CB| = a$.
2. Wyznacz $|SB_1|$.
3. Wyznacz $\sin \alpha$ (weź pod uwagę trójkąt CAA_1).
4. Zapisz twierdzenie sinusów dla trójkąta SB_1A .
5. Oblicz $\sin \gamma$.

V sposób

Plan rozwiązywania zadania z zastosowaniem:

- wzorów na obliczanie pola trójkąta
- własności środkowych trójkąta
- twierdzenia Pitagorasa

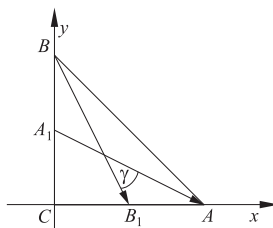


1. Uzasadnij, że $P_{S B_1 A} = \frac{1}{6} P_{ABC}$.
2. Przyjmując, że $|AC| = |BC| = a$, oblicz $|BB_1|$, $|S B_1|$, $|SA|$.
3. Wyraż $P_{S B_1 A}$ za pomocą a i $\sin \gamma$.
4. Wyraż P_{ABC} za pomocą a .
5. Zastosuj wzór z punktu 1. i oblicz $\sin \gamma$.

VI sposób

Plan rozwiązywania zadania z zastosowaniem umiejętności:

- wyznaczania współrzędnych punktów i wektorów
- wyznaczania cosinusa kąta pary wektorów



1. Przyjmując, że $|CA| = |CB| = a$, $|CB_1| = |B_1A| = |CA_1| = |A_1B| = \frac{1}{2}a$, wyznacz współrzędne punktów A , B , C , A_1 , B_1 .
2. Wyznacz współrzędne wektorów $\vec{BB_1}$, $\vec{A_1A}$.
3. Zauważ, że $\gamma = \sphericalangle(\vec{BB_1}, \vec{A_1A})$.
4. Oblicz $\cos \gamma$.



Zajrzyj do artykułu *Duże bywa pożyteczne* na stronie 13.

Konkursy

Rozwiązanie poprzedniej zagadki dla uważnych Czytelników w następnym numerze. A oto nowe pytanie: Gdzie wszedł wariat tylko raz? Wśród osób, które przysłały poprawną odpowiedź, rozlosowana zostanie nagroda – kalkulator Casio FX-65.

Rozstrzygnięty został konkurs na anegdotę. Pierwszą nagrodę przyznaliśmy pa-

nu Romanowi Januszowi z Radzymina za trafne ujęcie poreformowej rzeczywistości. Kalkulator Casio FX-65.

Ponadto dwa wyróżnienia: pan Andrzej Przanowski z Łodzi za śliczną anegdotę z lekcji informatyki oraz pani Agnieszka Buczek z Sandomierza za wnikliwe porównanie sfery i kuli. Nagrody książkowe. Gratulujemy!

Dziękujemy za zdjęcie

Kiedy okazało się, że w nowej gazecie będzie sporo artykułów o kombinatoryce i prawdopodobieństwie, wymarzyliśmy sobie ruletkę na okładce. I udało się!

Bardzo dziękujemy pracownikom kasyna z Grand Hotelu w Sopocie, należącego do Orbis Casino Sp. z o.o. za piękne zdjęcie.

Matematyka w Szkole

Czasopismo dla nauczycieli szkół średnich

Adres redakcji:

Gdańsk, ul. Trzy Lipy 3,
tel./fax (0-58) 302-59-16 w. 180

Dział handlowy:

tel. (0-801) 64-39-17

Adres do korespondencji:

Matematyka w Szkole
Czasopismo dla nauczycieli
szkół średnich
skr. poczt. 59
80-876 Gdańsk 52

e-mail: gazetamws@gwo.com.pl

<http://www.gwo.com.pl>

Redaktor naczelny:

Marcin Braun

Wydawca:

Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe,
Gdańsk, ul. Trzy Lipy 3

Redaguje kolegium:

Marcin Braun
Agnieszka Ciesielska
Aleksandra Golecka
Marcin Karpiński
Joanna Kniter
Jacek Lech
Michał Stukow

Projekt graficzny, okładka, ilustracje:

Sławomir Kilian

Skład:

Maria Chojnicka
Aleksandra Golecka

Zdjęcie na okładce:

Orbis Casino Sp. z o.o.

Druk i oprawa:

Stella Maris

Nakład:

2500 egz.

Kalkulatory szkolne CASIO

Nowy wygląd, dodatkowe możliwości!



Szkolenia dla nauczycieli

Zadzwoń: **0 801 120 110**
lub zjedyj na stronie: www.kalkulatory.pl
www.zibi.pl
e-mail: zibi@zibi.pl



ZIBI Sp. z o.o.

ul. Grochowska 21a, 04-186 Warszawa
tel. (0 22) 610 05 51, fax (0 22) 610 56 04