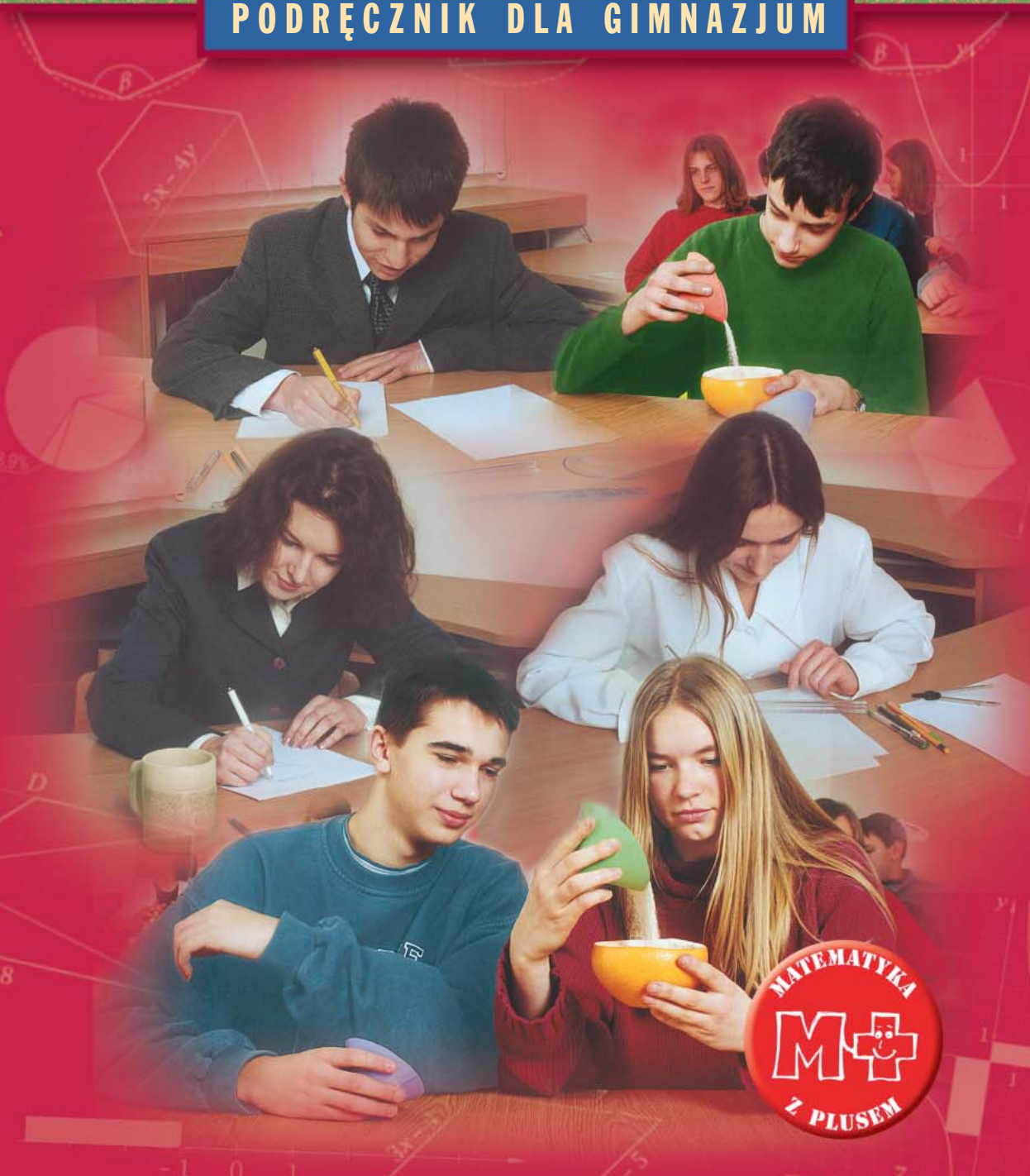


MATEMATYKA 3

PODRĘCZNIK DLA GIMNAZJUM



MATEMATYKA 3

Podręcznik dla klasy trzeciej gimnazjum

MATEMATYKA 3

Podręcznik dla klasy trzeciej gimnazjum

Praca zbiorowa pod redakcją
Małgorzaty Dobrowolskiej



GDAŃSKIE WYDAWNICTWO
OŚWIATOWE

Zespół autorów:

Zofia Bolałek *Małgorzata Dobrowolska* *Marta Jucewicz*
Marcin Karpiński *Jacek Lech* *Adam Mysior* *Krystyna Zarzycka*

Okładka i zdjęcia na okładce: *Leszek Jakubowski*

Ilustracje: *Sławomir Kilian*

Grafika komputerowa: *Leszek Jakubowski*

Skład (T_EX): *Joanna Szyller, Andrzej Mysior*

Podręcznik dopuszczony do użytku szkolnego przez ministra właściwego do spraw oświaty i wychowania i wpisany do wykazu podręczników szkolnych do kształcenia ogólnego do nauczania matematyki na poziomie klasy trzeciej gimnazjum, na podstawie recenzji rzeczoznawców: mgr Beaty Kossakowskiej, dr. Zenona Krzemianowskiego, dr. hab. Michała Szurka oraz dr. Franciszka Nieckuli. Numer w wykazie: 164/01.

Książka jest zgodna z programem *Matematyka z plusem*, dopuszczonym przez MEN do użytku szkolnego. Numer dopuszczenia: DKW-4014-139/99.

ISBN 83-87788-71-6

© Copyright by Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2001

Wydawca: Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, 80-309 Gdańsk, al. Grunwaldzka 413

Gdańsk 2005. Wydanie piąte

Druk i oprawa: Interak, Czarnków

Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe
80-876 Gdańsk 52, skr. poczt. 59
tel./fax 0 801 643 917, (58) 340 63 01
tel. (58) 340 63 60, 340 63 63
<http://www.gwo.pl> e-mail: gwo@gwo.pl

Spis treści

LICZBY I WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

Różne sposoby zapisywania liczb	11
Działania na liczbach	18
Obliczenia procentowe	25
Przekształcenia algebraiczne	32
Równania, nierówności, układy równań	36
Zadania uzupełniające	44

FUNKCJE

Odczytywanie wykresów	48
Pojęcie funkcji. Zależności funkcyjne	54
Funkcja liniowa	59
Graficzna ilustracja układu równań	64
Wartości dodatnie i ujemne funkcji liniowej	70
O czym mówią współczynniki funkcji liniowej?	73
Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej	78
Przykłady innych funkcji	80
Zadania uzupełniające	84

WIELOKĄTY, KOŁA I OKRĘGI

Trójkąty	88
Czworokąty	94
Koła i okręgi	99
Wzajemne położenie dwóch okręgów	104
Wielokąty i okręgi	107
Zadania uzupełniające	111

PRZEKSZTAŁCENIA GEOMETRYCZNE

Symetrie	114
Przesunięcie o wektor	120
Wektory w układzie współrzędnych	123
Obroty	126
Zadania uzupełniające	129

FIGURY PODOBNE

Twierdzenie Talesa	130
Podział odcinka	135
Podobieństwo figur	137
Prostokąty podobne. Trójkąty prostokątne podobne	140
Jednokładność	146
Zadania uzupełniające	151

BRYŁY

Graniastosłupy	154
Ostrosłupy	160
Przykłady brył obrotowych	166
Walec	171
Stożek	175
Kula	180
Zadania uzupełniające	184

MATEMATYKA W ZASTOSOWANIACH

Czytanie informacji	186
Czytanie diagramów	193
Czytanie map	201
Finanse i procenty	207
Zamiana jednostek	211
Prędkość, droga, czas	215
Obliczenia w fizyce i chemii	220
Zadania uzupełniające	228

ROZRYWKI MATEMATYCZNE

Zagadki z monetami	232
Łamigłówki logiczne	237
Pytania Fermiego	242

ODPOWIEDZI	247
-------------------------	-----

SKOROWIDZ	253
------------------------	-----

Od autorów

Książka ta zamyka serię podręczników *Matematyka z plusem* dla gimnazjum. Skonstruowana jest bardzo podobnie jak podręczniki dla klasy pierwszej i drugiej. Wyjątek stanowią rozdziały powtórzeniowe. Każdy z nich rozpoczyna się od kilku bardzo prostych pytań sprawdzających podstawowe wiadomości i umiejętności.

Tak jak i w poprzednich książkach w podręczniku tym zamieściliśmy zadania testowe oraz wiele zadań nawiązujących do innych dziedzin wiedzy. Wszystkie one mają przygotować uczniów do egzaminu końcowego. Najwięcej takich zadań zawiera rozdział *Zastosowania matematyki*, który ma służyć przede wszystkim ćwiczeniu umiejętności matematycznych opisanych w standardach egzaminacyjnych. Rozdział ten warto realizować systematycznie przez cały rok, równoległe z innymi tematami.

Ostatni rozdział — *Rozrywki matematyczne* — wykorzystać można na lekcjach, które będą się odbywać między egzaminem a końcem roku szkolnego.

W towarzyszącym podręcznikowi *zeszycie ćwiczeń* zamieściliśmy zadania, których rozwiązanie w zwykłym zeszycie byłoby niemożliwe lub wiązałoby się ze zbyt dużą stratą czasu.

Miło nam wyrazić podziękowanie za pomoc przy pracy nad podręcznikiem mgr. J. Trzeciakowi. Pragniemy również serdecznie podziękować za cenne uwagi i wskazówki recenzentom książki: dr. M. Szurkowi, mgr B. Kossakowskiej, dr. Z. Krzemionkowskiemu oraz dr. F. Nieckuli.



Uwaga. Dla wyróżnienia stopnia trudności zadań przyjęliśmy następujące oznaczenia:

- zadanie nieelementarne (niekoniecznie trudne)
- * zadanie trudniejsze
- * zadanie trudne

LICZBY I WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

RÓŻNE SPOSOBY ZAPISYWANIA LICZB

A. Podaj po trzy przykłady liczb wymiernych oraz niewymiernych.

B. a) Podaj liczbę przeciwną do liczby $3\frac{2}{7}$ oraz odwrotność liczby $3\frac{2}{7}$.

b) Skróć ułamek $\frac{30}{18}$ i przedstaw go jako liczbę mieszaną.

c) Znajdź rozwinięcia dziesiętne liczb: $\frac{1}{2}$, $1\frac{3}{4}$, $-\frac{1}{8}$, $\frac{1}{3}$.

C. a) Wymień liczby naturalne mniejsze od $\sqrt{10}$.

b) Wymień kilka liczb dodatnich mniejszych od $\frac{2}{5}$.

c) Wymień kilka liczb mniejszych od $(-2)^3$.

D. Zapisz podane liczby jako potęgi liczby 10.

100 1000 1 000 000 $\frac{1}{10}$ 0,001

E. Oblicz:

3^3 -3^3 3^0 $(-3)^3$ 3^1 3^{-1} 3^{-3} $(-3)^{-3}$

F. Wypisz pary równych liczb:

$2\sqrt{0,01}$ $4\sqrt[3]{8}$ $4\sqrt{2\frac{1}{4}}$ $\sqrt{0,04}$ $\sqrt{36}$ $\sqrt{64}$

G. Zaokrąglij podane liczby:

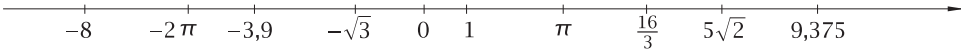
a) 1 872 458 do setek,

b) 324,389 do jedności,

c) 2,(7) do części tysięcznych,

d) 0,7(4) do części tysięcznych.

Jak wiesz, każdej liczbie odpowiada punkt na osi liczbowej i odwrotnie, każdemu punktowi na osi odpowiada pewna liczba.



ĆWICZENIE. Które z liczb zaznaczonych na osi liczbowej są nieujemne, a które niedodatnie?

Wszystkie liczby, które odpowiadają punktom na osi liczbowej, to **liczby rzeczywiste**.

Przykłady liczb wymiernych:

$$\frac{1}{7} \quad 3\frac{1}{13} \quad -\frac{32}{5} \quad 0 \quad -2,6$$

$$5,(3) \quad -6 \quad -1\frac{1}{7}$$

Przykłady liczb niewymiernych:

$$\sqrt{3} \quad \sqrt{5} \quad \sqrt{15} \quad 3 - \sqrt{5}$$

$$\pi \quad -2\sqrt{2} \quad \frac{1}{\pi} \quad \sqrt[3]{5}$$

Liczby rzeczywiste, które można przedstawić w postaci ułamka $\frac{l}{m}$, gdzie liczby l i m są całkowite i $m \neq 0$, nazywamy **liczbami wymiernymi**. Pozostałe liczby rzeczywiste nazywamy **liczbami niewymiernymi**.

Liczbami wymiernymi są wszystkie **liczby naturalne** (0, 1, 2, 3, ...), wszystkie **liczby całkowite** (... , -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...) oraz ułamki dodatnie i ujemne.

Liczby wymierne możemy zapisywać w różny sposób. Ułamki zwykłe można rozszerzać lub skracać, ułamki niewłaściwe można zapisywać w postaci liczb mieszanych. Każda liczba wymierna ma rozwinięcie dziesiętne skończone lub nieskończone okresowe (można ją zapisać w postaci ułamka dziesiętnego lub ułamka okresowego).

PRZYKŁADY

$$\frac{12}{8} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} = 1,5$$

$$\frac{4}{9} = 0,4444... = 0,(4)$$

$$0,08 = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$$

$$3\frac{9}{22} = \frac{75}{22} = 3,4090909... = 3,4(09)$$

$$-2\frac{3}{5} = -2\frac{6}{10} = -2,6$$

$$-1\frac{4}{33} = -1,121212... = -1,(12)$$

Uwaga. Rozwinięcie dziesiętne ułamka zwykłego możemy otrzymać, dzieląc licznik przez mianownik ułamka.

$$a^1 = a \quad a^0 = 1 \text{ dla } a \neq 0$$

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n \text{ czynników}$$

$$\text{Dla } a \neq 0: \quad a^{-1} = \frac{1}{a} \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Przypomnij sobie, jak obliczamy potęgi liczb, gdy wykładnik jest liczbą naturalną, a jak, gdy wykładnik jest liczbą całkowitą ujemną.

PRZYKŁADY

$$\left(-1\frac{1}{3}\right)^2 = \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9} \quad 10^4 = 10\,000 \quad 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$(-0,2)^3 = -0,008 \quad 10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0,001 \quad (-5)^0 = 1$$

Przy zapisywaniu bardzo dużych lub bardzo małych liczb dodatnich posługujemy się tzw. notacją wykładniczą.

PRZYKŁADY

$$5,3 \cdot 10^5 = 530\,000$$

$$2,01 \cdot 10^{-3} = 0,00201$$

| pierwszy czynnik jest liczbą większą od 1 i mniejszą od 10

$$\text{Dla } a \geq 0, b \geq 0 \text{ i } c \geq 0:$$

$$\text{jeśli } \sqrt{a} = b, \text{ to } b^2 = a,$$

$$\text{jeśli } \sqrt[3]{a} = c, \text{ to } c^3 = a.$$

Pierwiastki z liczb mogą być liczbami wymiernymi. Mogą również być liczbami niewymiernymi — mają wówczas rozwinięcia dziesiętne nieskończone nieokresowe.

PRZYKŁADY

$$\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5} = 0,6 \quad \sqrt{2} = 1,41421356\dots$$

$$\sqrt{1,21} = 1,1 \quad \sqrt{3} = 1,73205080\dots$$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3} = 0,333333\dots \quad \sqrt[3]{10,2} = 2,16870288\dots$$

ZADANIA

ZESZYT ĆWICZEŃ str. 3

$$\sqrt{3} \quad \frac{\sqrt{2}}{5} \quad -13 \quad \frac{4}{175} \quad 0 \quad -\frac{1}{3}$$

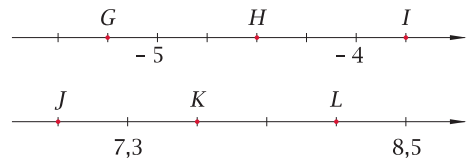
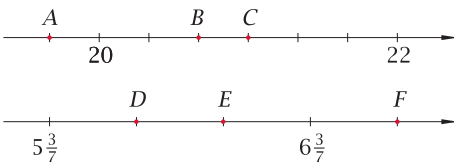
$$12 \quad 3\frac{2}{7} \quad \frac{8}{4} \quad \sqrt{25} \quad -1,07$$

1. Wymień, które z liczb podanych w ramce są:

- a) wymierne, d) niewymierne,
 b) całkowite, e) ujemne większe od -2 ,
 c) naturalne, f) nieujemne mniejsze od 1.

2. a) Wymień liczby całkowite większe od $\sqrt{3}$ i mniejsze od $\sqrt{13}$.
 b) Podaj przykład liczby wymiernej większej od $\frac{1}{5}$ i mniejszej od $\frac{1}{3}$.
 c) Podaj przykład dodatniej liczby niewymiernej mniejszej od 1.
 d) Podaj liczbę przeciwną do $-1\frac{5}{7}$ oraz odwrotność liczby $-1\frac{5}{7}$.

3. Odczytaj współrzędne punktów zaznaczonych na osiach liczbowych.



Przykłady zaokrąglenia
do setek:
 $35742,3 \approx 35700$
 $1857 \approx 1900$
 do części dziesiątych:
 $0,649 \approx 0,6$
 $19,96 \approx 20$

4. Zaokrąglij podane liczby:

- a) do dziesiątek tysięcy:
 2345678 $187259,12$ $666666,6$ 9721005
- b) do części dziesiątych:
 $352,1782$ $14,00359$ $0,208131$ $0,995$
- c) do jednostek:
 $6872,098$ $40013,809$ $15,4582$ $9,63795$

5. Poniżej podano kilka informacji. Zaproponuj, jak zaokrąglić liczby.

- Długość promienia Księżyca wynosi 1738 km.
- Prędkość dźwięku rozchodzącego się w stali równa jest 5790 m/s.
- Gęstość tlenu wynosi 1,429 g/l.
- Gęstość złota jest równa 19282 kg/m^3 .
- Przyspieszenie ziemskie jest równe $9,80665 \text{ m/s}^2$.
- Liczba godzin w roku nieprzestępnym wynosi 8766.
- $\sqrt{5} \approx 2,236068$

6. Która z podanych liczb jest większa?

a) $\frac{5}{142}$ czy $\frac{3}{142}$

d) $-\frac{1}{2}$ czy $-\frac{1}{7}$

g) 2,55 czy 2,(5)

b) $\frac{17}{83}$ czy $\frac{17}{38}$

e) $3\frac{4}{5}$ czy 3,81

h) 1,(43) czy 1,44

c) $\frac{7}{18}$ czy $\frac{1}{2}$

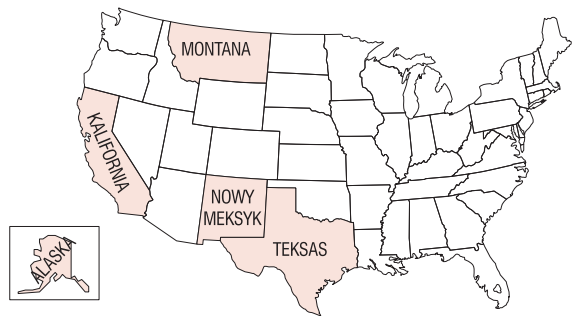
f) $-2\frac{3}{5}$ czy -2,3

i) -0,(3) czy -0,33

7. Znajdź rozwinięcia dziesiętne liczb: $\frac{12}{5}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{32}{15}$, $\frac{2}{7}$, $1\frac{8}{9}$.

STAN	CZĘŚĆ POWIERZCHNI USA
Alaska	$\frac{11}{63}$
Kalifornia	$\frac{1}{23}$
Montana	$\frac{1}{26}$
Nowy Meksyk	$\frac{1}{31}$
Teksas	$\frac{7}{100}$

8. W tabeli podano, jaką część powierzchni USA stanowi pięć największych stanów. Ustal kolejność tych stanów od największego do najmniejszego.



9. Złote dukaty regularnie bito w Polsce od czasów Zygmunta Starego. Zawartość czystego złota w tych monetach zmieniała się. Uporządkuj dukaty z tabeli w kolejności od najmniejszej do największej zawartości czystego złota w monecie.

	Dukat Zygmunta Starego 1530 r.	Dukat Stefana Batorego 1580 r.	Dukat Jana Kazimierza 1650 r.	Dukat Augusta II Mocnego 1717 r.	Dukat Stanisława Augusta 1766 r.
Zawartość czystego złota	$\frac{346}{357}$	$\frac{346}{353}$	$\frac{344}{349}$	$\frac{343}{350}$	$\frac{343}{349}$

10. Oblicz:

a) 2^3 , $(\frac{3}{5})^2$, $(-1)^5$, $(-7)^0$

c) $(1\frac{2}{5})^2$, $(-2\frac{1}{2})^3$, $-1,2^2$, -4^3

b) 2^{-1} , 3^{-2} , $(\frac{1}{2})^{-2}$, 2^{-3}

d) $(\frac{8}{9})^{-1}$, $(-1\frac{1}{2})^{-1}$, $(0,5)^{-2}$, $(-1,3)^{-2}$

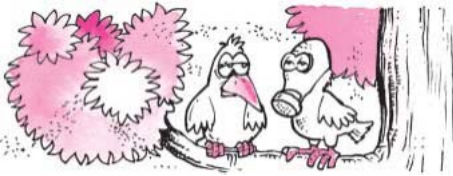
11. Podkreślone liczby zapisz bez używania potęg.

a) Słońce jest jedną z $\underline{2 \cdot 10^{11}}$ gwiazd naszej Galaktyki. Jest wielką kulą plazmy o średnicy $\underline{1,39 \cdot 10^6}$ km. Na powierzchni Słońca panuje temperatura $\underline{5,5 \cdot 10^3}$ °C, a we wnętrzu $\underline{1,55 \cdot 10^7}$ °C.

b) Czerwone ciała krwi mają kształt krążka o średnicy $\underline{7,5 \cdot 10^{-6}}$ m. W ciele ludzkim jest ich około $\underline{4 \cdot 10^{12}}$.

12. Podkreślone liczby zapisz w notacji wykładniczej.

a) Przez jeden światłowód można przekazać 2,4 mld bitów w ciągu sekundy. Odpowiada to 32 tys. rozmów telefonicznych odbywanych jednocześnie.



b) Rośliny produkują olbrzymie ilości pyłku. Co roku dąb opuszcza 100 mln ziarenek pyłku, a kępkę dzikiego szczytliu aż 400 mln ziarenek. Ziarenka te są bardzo małe. Ich średnica waha się między 0,000015 m a 0,00002 m.

13. Która z podanych liczb jest większa?

- a) $(-3)^{15}$ czy 3^{14} d) $\left(\frac{2}{3}\right)^6$ czy $\left(\frac{2}{3}\right)^7$ g) -9^4 czy $(-9)^4$
 b) $\left(\frac{5}{4}\right)^3$ czy $\left(\frac{4}{5}\right)^3$ e) 4^{-2} czy 5^{-2} h) -1^0 czy $(-1)^0$
 c) $0,2^{-4}$ czy $0,3^{-4}$ f) $6,7^6$ czy $6,7^7$ i) $(-1,1)^3$ czy $(-1,1)^7$

14. Znajdź dwie kolejne liczby całkowite, tak aby jedna z nich była mniejsza, a druga większa od podanej liczby.

$$\sqrt{11} \quad \sqrt{23} \quad 2\sqrt{50} \quad \sqrt[3]{9} \quad -\sqrt{15} \quad \sqrt{0,6} \quad -\sqrt[3]{30}$$

15. Która liczba jest większa?

- a) $3\sqrt{2}$ czy $2\sqrt{3}$ c) $-5\sqrt{2}$ czy $-4\sqrt{3}$
 b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ czy $\frac{\sqrt{3}}{3}$ d) $\frac{3}{4}\sqrt{2}$ czy $\frac{4}{5}\sqrt{3}$

$$\sqrt{2} \approx 1,41$$

$$\sqrt{3} \approx 1,73$$

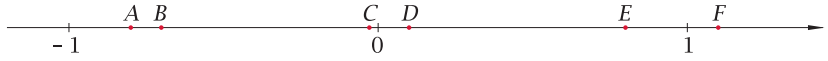
16. Zapisz podane liczby w kolejności od najmniejszej do największej.

$$a = -\frac{5}{2} \quad c = 2,5(25) \quad e = 2,52 \quad g = -\sqrt{5}$$

$$b = 2,2(52) \quad d = -\frac{8}{3} \quad f = \sqrt{6\frac{1}{4}} \quad h = 1,6^2$$

17. Dopasuj podane liczby do odpowiednich punktów na osi liczbowej.

a) $(-\frac{1}{3})^2$, $-0,(7)$, $-0,(70)$, $(-\frac{1}{3})^3$, $(\frac{8}{9})^{-1}$, $(\frac{8}{9})^2$



b) $2\frac{2}{5}$, $\sqrt{1\frac{7}{9}}$, $2,(5)$, $1,3$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{3,9}$



Symbol $|a|$ oznacza wartość bezwzględną liczby a .

Jeśli $a \geq 0$, to $|a| = a$.

Jeśli $a < 0$, to $|a| = -a$.

Np. $|12\frac{1}{3}| = 12\frac{1}{3}$, $|-0,7| = 0,7$

18. Która z poniższych liczb jest największa?

$|-7\frac{3}{4}|$ $|-7,(8)|$ $|\frac{15}{2}|$ $|7,88|$ $|-7\frac{4}{5}|$

19. Oblicz:

a) $|7 - 12|$

c) $|-8| - |10|$

b) $-|-6|$

d) $-2 \cdot |-3|$

SPRAWDŹ, CZY UMIESZ

1. Która z podanych liczb jest niewymierna?

A. $\sqrt{20,25}$ B. $3\sqrt{\frac{3}{75}}$ C. $\sqrt{2,25}$ D. $\sqrt{1\frac{1}{16}}$

2. Rozwinięcie dziesiętne liczby $1\frac{5}{11}$ po zaokrągleniu do części setnych jest równe:

A. 1,45 B. 1,46 C. 1,4(5) D. 1,456

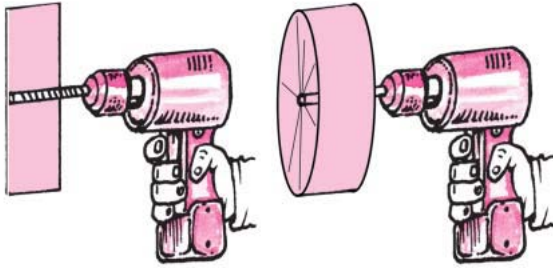
3. Jeżeli $a = 1,(4)$, $b = 1,2^2$, $c = \sqrt{2}$, $d = 1\frac{1}{2}$, to:

A. $a < b < c < d$ C. $d < a < c < b$
 B. $c < b < a < d$ D. $d < c < b < a$

4. Która z poniższych liczb nie jest równa $\frac{3}{25}$?

A. 0,12 B. $(8\frac{1}{3})^{-1}$ C. $\sqrt{\frac{9}{625}}$ D. $\frac{3^0}{25}$

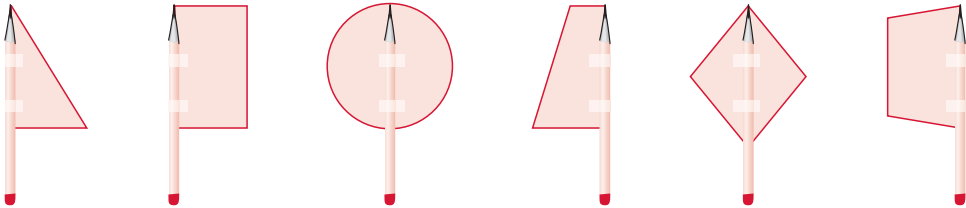
PRZYKŁADY BRYŁ OBROTOWYCH



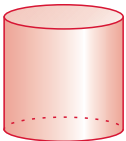
Przyjrzyj się rysunkom. Do wiertła przyklejono kartonik w kształcie prostokąta. Gdy wiertarka jest włączona i wiertło obraca się, widać pewną figurę przestrzenną.

Bryły otrzymane w wyniku obrotu figur płaskich to **bryły obrotowe**.

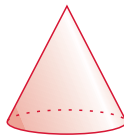
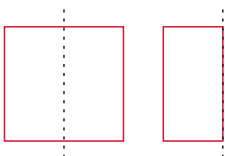
ĆWICZENIE A. Wytnij z kartonu takie figury, jak przedstawiono poniżej. Każdą z figur przyklej do ołówka i obracając ołówek, spróbuj wyobrazić sobie bryłę, jaka powstaje w wyniku obrotu tej figury. (Ołówek możesz zastąpić wiertłem i poprosić osobę dorosłą, aby obracała figurę za pomocą wiertarki.) Uwaga. Warto pomalować figury na ciemny kolor i oglądać je na jasnym tle.



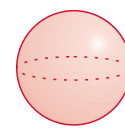
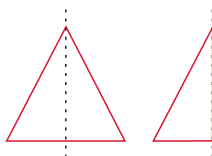
Niektóre bryły obrotowe mają swoje nazwy — walec, stożek, kula. Na poniższych rysunkach pokazano, jakie figury należałoby obracać wokół prostej, zwanej **osią obrotu**, aby otrzymać te bryły (na rysunkach zaznaczono oś obrotu).



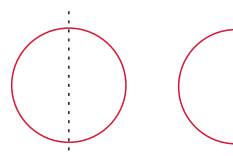
Walec otrzymujemy, obracając prostokąt.



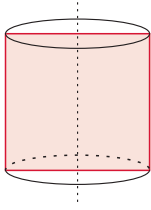
Stożek otrzymujemy, obracając trójkąt.



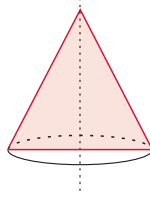
Kulę otrzymujemy, obracając koło lub półkole.



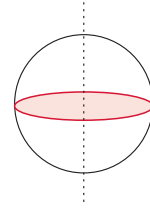
Przecinając bryłę obrotową płaszczyzną zawierającą oś obrotu, otrzymamy **przekrój osiowy** tej bryły.



Przekrój osiowy walca jest prostokątem.

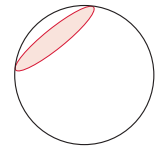
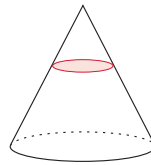
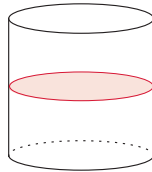
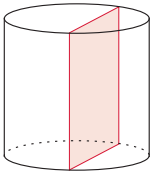


Przekrój osiowy stożka jest trójkątem równoramiennym.



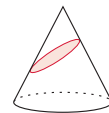
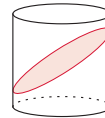
Przekrój osiowy kuli jest kołem, nazywamy go **kołem wielkim kuli**.

Walec, stożek i kulę można także przecinać w inny sposób.



Przekrój zaznaczony na pierwszym rysunku to prostokąt, pozostałe przekroje są kołami.

Uwaga. Przekroje zaznaczone na rysunkach obok mają kształt figury, której brzeg nazywamy elipsą.

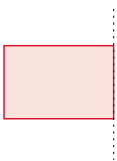


ZADANIA

ZESZYT ĆWICZEŃ str. 48

1. Jednakowe prostokąty o wymiarach $4\text{ cm} \times 6\text{ cm}$ obracamy wokół zaznaczonych osi. Podaj długość promienia podstawy i wysokość każdego z otrzymanych walców.

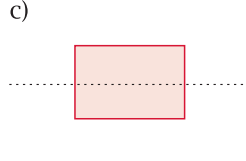
a)



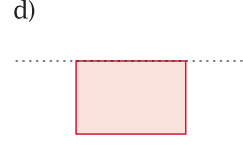
b)



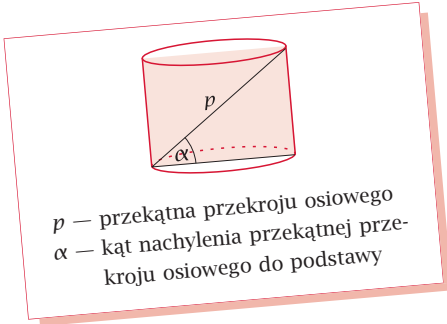
c)



d)



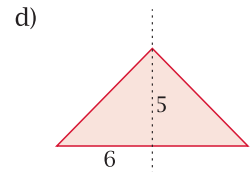
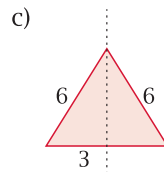
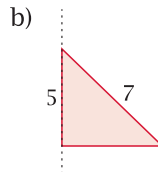
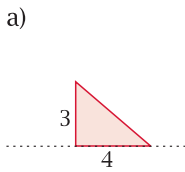
2. Oblicz pole przekroju osiowego walca otrzymanego w wyniku obrotu:
- kwadratu o boku długości 4 cm wokół boku,
 - prostokąta o wymiarach $10\text{ cm} \times 5\text{ cm}$ wokół dłuższego boku.



3. Promień podstawy walca ma długość 4 cm, wysokość walca ma 8 cm długości. Oblicz długość przekątnej przekroju osiowego tego walca.

4. Przekątna przekroju osiowego walca ma długość 12 cm i jest nachylona do podstawy walca pod kątem 60° . Oblicz długość promienia i wysokość walca.

5. Trójkąty obracają się wokół zaznaczonych osi. Podaj długość promienia podstawy, wysokość i długość tworzącej każdego z otrzymanych stożków.

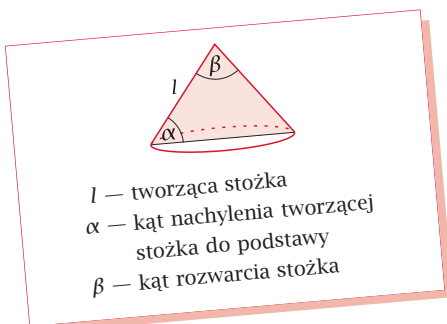


6. a) Jaką długość ma tworząca stożka, jeśli promień podstawy ma długość 3 cm, a wysokość stożka wynosi 10 cm?

b) Jaką długość ma wysokość stożka, jeśli promień podstawy ma długość 4 cm, a tworząca jest od niego 2 razy dłuższa?

7. a) Oblicz pole przekroju osiowego stożka otrzymanego w wyniku obrotu trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych 6 cm i 9 cm wokół dłuższej przyprostokątnej.

b) Przekrój osiowy stożka to trójkąt równoboczny o polu $9\sqrt{3}$ cm². Oblicz wysokość, długość promienia podstawy i tworzącej stożka.



8. Kąt rozwarcia stożka ma miarę 90° . Wysokość stożka ma 10 cm. Oblicz długość promienia podstawy i długość tworzącej tego stożka.

9. Tworząca stożka ma długość 20 cm i jest nachylona do podstawy pod kątem 30° . Oblicz długość promienia podstawy, wysokość i kąt rozwarcia tego stożka.

ODPOWIEDZI

str. 14-17: 8. Alaska, Teksas, Kalifornia, Montana, Nowy Meksyk.

str. 19-24: 2. e) 6, f) 3. 5. a) $-\frac{1}{4}$, b) $2\frac{1}{7}$, c) $1\frac{1}{8}$, d) $-4\frac{8}{9}$, e) 2, f) 0,6. 6. Około 16,80 zł.
7. 14 godzin. 8. Dinozaur: $63\frac{1}{3}$ t, słoń: $12\frac{2}{3}$ t. 9. b) $\frac{3}{8}$, c) 12 łyżek. 10. $\frac{497}{800}$. W Kanadzie 1,2 razy więcej. 16. d) 1000, e) $\frac{1}{324}$, f) 0,001. 17. a) $1,82 \cdot 10^{31}$, b) $5 \cdot 10^4$, c) $3,23 \cdot 10^{15}$.
18. a) $3,34 \cdot 10^{25}$, b) $4,25 \cdot 10^7$, c) 10^{-8} m, d) około $2,24 \cdot 10^6$ km², e) około 43 razy.
19. i) $18\sqrt{3}$, j) $\sqrt{3}$, k) $1 + \sqrt{2}$, l) $1 + 2\sqrt{5}$. 20. b) 2, e) $\frac{2}{3}$, f) 0,3, h) 120, i) 72.
22. d) $24\sqrt{3}$, e) $17,5\sqrt{2}$, f) $1,4\sqrt{6}$. 23. f) $\frac{\sqrt{6}}{3}$, g) $\frac{2\sqrt{15}}{15}$, h) $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$, i) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{3}$.

str. 28-31: 4. 7%. 5. a) 0 20%, b) 1012 zł, c) 320 zł. 7. a) 26,6 mln km³, b) 1900 mln km³. 9. a) 0 50%, b) 276 zł. 10. a) 37 g, b) 28,6 g. 11. a) 4,28 zł, b) 45 gr, c) 0 2,25 zł. 12. Około 9%. 13. Po roku będzie zarabiał 1260 zł, po dwóch latach 1335,60 zł, po trzech latach 1429 zł. 14. 68%. 15. 1,5 cm³. 16. W 2000 r. około 38 635 000, w 1998 r. około 38 565 000.

str. 33-36: 1. b) $P = a^2 + 4ab + b^2$, obwód = $4a + 8b$, c) $P = y^2 - x^2 + 2xy$, obwód = $4x + 4y$, d) $P = 3a^2 + 5a + 15$, obwód = $10a + 16$. 2. e) $-x^2 - 4x + 21$, f) $-z^2 - 4z + 6$, g) $4x - 20$, h) $-6a - 1$. 3. e) $16x$, f) $-6t + 2$, g) $2,5x^2 - x + 1$, h) $-4x + 15$. 4. e) $9 - 4\sqrt{2}$, f) -3 , g) $2 - 2\sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{15}$, h) $296\sqrt{3} - 84$, i) $92\sqrt{2} + 11$. 5. a) $5(\sqrt{2} - 1)$, b) $2\sqrt{3} + 3$, c) $\frac{12+3\sqrt{2}}{7}$, d) $\frac{6+2\sqrt{2}+2\sqrt{5}+3\sqrt{10}}{7}$, e) $\frac{19\sqrt{2}+11\sqrt{7}}{125}$, f) $-4 - \sqrt{15}$. 7. a) $3n - 2$, b) $\frac{m+2}{8}$, c) $45a^2 - 67,5a$, d) $10,4x$, e) $1,8x$, f) $5 - 0,3x - 0,25y$, g) $0,1p - 0,2$, h) $2xy - 2x$.

str. 39-43: 1. a) $x = -2,5$, b) $x = -7$, c) równanie tożsamościowe, d) $x = -1$, e) $x = 4$, f) równanie tożsamościowe, g) równanie sprzeczne, h) $x = -\frac{1}{6}$. 2. a) $x = 1\frac{2}{3}$, b) $x = 1$, c) $x = 2\frac{2}{7}$, d) $x = -\frac{1}{3}$, e) $a = -\frac{1}{7}$, f) $b = \frac{4}{5}$. 3. a) $x \leq -\frac{3}{7}$, b) $x < 2$, c) $x \geq -2\frac{3}{17}$, d) nierówność spełnia każda liczba, e) $x < 0$, f) $x \geq -\frac{1}{4}$. 4. f) $r = \sqrt{\frac{p}{\pi}}$, h) $a = \frac{2p}{h} - b$. 5. a) $x = 3, y = 2$, b) $x = 2, y = 6$, c) układ sprzeczny, d) $x = \frac{1}{2}, y = 2\frac{1}{2}$, e) układ nieoznaczony, f) $x = 20, y = -12$, g) $x = 3, y = 0$, h) $x = \frac{1}{2}, y = -1$. 6. a) $x = 2$, b) $x = 3$, c) $x = 2$. 7. a) $x = 3, y = 5$, b) układ nieoznaczony, c) $x = 4, y = 3$. 9. 1 gr. 10. 1,80 zł. 11. Bilet ulgowy 12 zł, a normalny 15 zł. 12. 90 zł. 13. 40 sekund. 14. 15 kg. 15. 2250 książek. 16. 21 osób. 17. 6 lat. 18. 65 jaj. 19. 32 skrzynie. 20. 8 razy. 21. 600 kg. 22. 60 m². 23. 11 osób.

str. 44–47: 9. a) $4\frac{4}{5}$, b) $\frac{1}{12}$, c) $\frac{3}{13}$, d) 8, e) $\frac{3}{4}$, f) 6. 10. a) 5,5, b) $2\frac{1}{4}$, c) $-\frac{52}{81}$, d) 0,5, e) $15\frac{2}{3}$. 12. a) 25, b) 2, c) 0,001, d) 27, e) $2\frac{1}{2}$, f) 0,008. 15. a) $6\sqrt{2}$, b) $8\sqrt{3}$, c) $-12\sqrt{2}$, d) $3\sqrt[3]{2}$, e) $2\sqrt[3]{3}$, f) $-4\sqrt[3]{3}$. 16. $\frac{8}{15}$. 19. a) Otrzymała trójkę. b) Zabrakło mu 4 punktów. c) Można było zdobyć 50 punktów. 20. Około 168 cm. 22. a) 935 osób, b) 396 osób, c) 79%, d) około 39%. 24. e) $3,5x^2 - (4\sqrt{5} + 2\sqrt{2})x + 1$. 25. a) $\frac{4x+2,5}{3}$, b) $42,5 - 3x$, c) $1,5x + 5$. 27. a) $x = 3$, b) $x = -\frac{11}{14}$, c) równanie sprzeczne, d) równanie tożsamościowe. 28. a) $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, b) $x = -\sqrt{3}$, c) $x = \frac{1}{8}$. 30. $x = -1$. 31. $x > 1$. 32. $x \geq -\frac{3}{8}$. 33. a) $x = 1, y = 4$, b) $x = 2, y = 0$, c) $x = -4, y = 2$, d) $x = 13, y = \frac{2}{3}$. 34. $15 \text{ cm} \times 9 \text{ cm}$. 35. 450 zł. 36. Kupił 100 żonkili i 30 tulipanów. 37. 12 osób. 38. 2000 szelek.

str. 49–53: 6. a) 6 min, b) 0,5 km, c) stał na przystanku, d) 6 km, e) 3 min.

str. 56–58: 8. a) 90, b) $f(53) = 8, f(66) = 12, f(70) = 7$, c) wartość najmniejsza to 1, wartość największa to 18, d) dla $x = 13$, dla $x = 22$, dla $x = 31$, dla $x = 40$, e) dla dwóch argumentów, f) dziewięć razy przyjmuje wartość 9 i 10.

str. 61–63: 4. a) Nie, b) tak, c) tak, d) nie. 5. c) Dla $x = 5, y = -5, y = 10$ dla $x = -70$. 6. a) $x = 2$, b) $x = \frac{1}{4}$, c) $x = 0$, d) $x = 0$, e) $x = -6$, f) $x = -5$. 8. a) $(1, -2)$, b) $x = 1\frac{1}{2}, (1\frac{1}{2}, -2\frac{1}{2})$. 12. a) 60 l, b) 8 l, c) 375 km, d) 2,4 l. 13. b) $y = 0,4x + 17$, e) 70 km.

str. 68–69: 3. a) $x = 2, y = 0$, b) $x = -4, y = -2$, c) układ sprzeczny, d) $x = \frac{1}{2}, y = 1$, e) $x = -1, y = -2$, f) układ nieoznaczony, g) $x = -2, y = -1$, h) $x = -2, y = 2$, i) $x = -2, y = -1$. 5. a) $x = \frac{9}{13}, y = 1\frac{2}{13}$, b) $x = -12, y = -4$, c) $x = \frac{5}{7}, y = 1\frac{1}{7}$.

str. 71–72: 2. c) Wartości dodatnie dla $x > -40$, ujemne dla $x < -40$, d) wartości dodatnie dla $x < -\frac{3}{7}$, ujemne dla $x > -\frac{3}{7}$. 3. Dla $x < 2$; dla $x > 100$. 4. a) Dla $x < -2$, b) dla $x < 4$. 6. a) Wartości dodatnie dla $x > 1$, ujemne dla $x < -3$, b) dla $x < 3$. 7. Miejsca zerowe: $x = 2, x = -1$; wartości funkcji są dodatnie dla $-1 < x < 2$.

str. 75–77: 6. a) $y = 0,8x + 7$, b) $y = 0,8x$, c) $y = 0,8x - 25$.

str. 78–79: 1. a) $y = 3x + 2$, b) $y = -x + 2$, c) $y = 2$. 2. a) $y = 5x$, b) $y = -\frac{2}{3}x$, c) $y = 0$. 4. a) $y = -4x$, b) $y = -4x + 1$, c) $y = -4x - 24$, d) $y = -4x - 2$. 5. a) $a = 2\frac{1}{2}, b = 5$, b) $a = -12, b = -30$, c) $a = -\frac{1}{2}, b = 13$. 6. $y = 2x - 6$.

str. 82–83: 5. a) $y = -x^2 + 6x$. 6. a) $y = \frac{1}{x}$.

str. 84–87: 3. d) $3\frac{1}{3}$ km/h. 12. (3,4) lub $(-5,-4)$. 13. a) $x=0, y=-3$, b) $x=-1, y=-2$, c) $x=3, y=1$, d) $x=-0,01, y=0,02$. 18. a) Dla $x < -1$, b) dla $x > 0$, c) dla $x < 10$. 19. a) $x=0$, b) dla $x > 0$, c) dla $x < 2$. 22. a) $a=0$, b) 1. 24. a) Dla $k < 1$, b) dla $k > 1$, c) dla $k=1$. 25. $m=2$. 26. a) 9, b) 6, c) 2,5. 27. 27. 29. a) $y=2x+5$, b) $y=-3x$, c) $y=3$. 30. 112,5. 31. $m=-1$. 34. Każdy prostokąt ma pole równe 4. 35. (1,1).

str. 90–93: 1. b) $\alpha=115^\circ, \beta=30^\circ, \gamma=115^\circ$. 2. $\alpha=15^\circ, \beta=155^\circ, \gamma=28^\circ$. 3. $c=\sqrt{7}$. 4. Około 540 m. 5. a) $11+\sqrt{61}$, b) $6+6\sqrt{5}$, c) $13+\sqrt{41}$. 6. a) Około 1,7 m, b) około 147 cm, c) 1,25 cm i 75 cm. 9. 4,5. 10. 7,2 cm. 11. $8\frac{1}{3}; 4\frac{1}{2}$. 12. Obwód: $\frac{(3+2\sqrt{3})a}{3}$, pole: $\frac{a^2\sqrt{3}}{12}$, długość łamanej: $\frac{(9+4\sqrt{3})a}{6}$. 13. a) Pole = 25 cm², obwód = $10(1+\sqrt{2})$ cm, b) $\frac{25\sqrt{11}}{3}$ cm. 15. a) $6+2\sqrt{3}, 4+4\sqrt{2}, 3+\sqrt{3}$, b) $12(3+\sqrt{2}+\sqrt{3}), 20(2+\sqrt{3}), 10(3+\sqrt{3}+\sqrt{6})$.

str. 96–98: 2. $|\sphericalangle DAC|=70^\circ, |\sphericalangle ABC|=110^\circ, |\sphericalangle HEF|=66^\circ, |\sphericalangle EFG|=114^\circ, |\sphericalangle LIJ|=50^\circ, |\sphericalangle JKL|=130^\circ$, 3. a) $8\sqrt{5}$ cm, b) 12,5, c) Pole = $4\sqrt{6}$, obwód = $4\sqrt{14}$. 6. 7,2 cm. 7. 270 cm² 8. $|DE|=4, |BE|=2\sqrt{34}$. 9. $2\sqrt{13}+6\sqrt{5}$. 10. 39. 11. a) Pole = $21\sqrt{2}$, obwód = 26, b) pole = $14\sqrt{3}$, obwód = 22, c) pole = $\frac{3}{2}(17-3\sqrt{3})$, obwód = $23+3\sqrt{2}-3\sqrt{3}$. 12. $20(\sqrt{3}+1)$ cm. 15. Około 4 cm.

str. 101–103: 4. 12π cm. 6. Minutowa: 3π m, godzinowa: $\frac{1}{6}\pi$ m. 8. Około 5308 obrotów. 9. b) $\alpha=48^\circ, \beta=70^\circ, \gamma=96^\circ$. 10. $2\sqrt{5}\pi$ cm. 12. $\pi-2; \frac{2}{3}\pi-\sqrt{3}$. 13. $8(\pi-2), 4(2\pi-3\sqrt{3})$. 14. a) Ok. 4200 m², b) ok. 400 m i 408 m, c) tak, d) do rzutu oszczepem.

str. 105–106: 3. c) 5 cm, d) 8 cm. 4. c) $|AB|=5$. 5. a) 6, 3, $1\frac{1}{2}$, b) 4. 6. a) 3, b) 4, c) 6. 9. Nie. 10. 2r.

str. 109–110: 2. a) 200 cm², b) $150\sqrt{3}$ cm², c) $75\sqrt{3}$ cm². 3. 2 razy. 5. 8. 6. a) $\alpha=45^\circ, \beta=135^\circ$, b) $\alpha=72^\circ, \beta=108^\circ$, c) $\alpha=40^\circ, \beta=140^\circ$. 8. $5\sqrt{2}$ cm. 9. 22 cm, $22\sqrt{3}$ cm, 44 cm. 10. 84. 11. a) $8\frac{4}{7}$ cm, b) 2 cm.

str. 111–113: 1. 72. 2. 12 cm. 3. Są 3 takie trójkąty. 4. a) $9\sqrt{3}$ cm², b) $30\sqrt{6}$ cm. 5. $4,5\sqrt{3}+13,5$. 6. $h=2\sqrt{3}$, obwód = 20. 8. $4\sqrt{41}$. 9. $(26+2\sqrt{5})$ cm. 10. $P_{ABCD}=30, P_{ABM}=8, P_{CMD}=6, P_{BMC}=16$. 11. 50 cm. 12. $35+3\sqrt{2}-3\sqrt{3}$. 13. $72(2-\sqrt{3})$ cm². 14. Około 2,93 m. 15. Długość = $4\sqrt{5}\pi$, pole = $10\pi-16$. 16. $5\sqrt{2}$ cm. 18. a) 3 obroty, b) 2 obroty. 19. $2\pi-4, \frac{2\pi-3\sqrt{3}}{2}$. 20. 16 π . 21. 25°. 22. a) $\frac{4}{3}\pi$ cm, b) $4,5\pi$ cm². 23. 530 obrotów. 24. 3 cm. 26. Około 36 cm. 27. 11 lub 15. 28. 44. 29. Pole kwadratu = 256 cm², pole trójkąta = $192\sqrt{3}$ cm², pole sześciokąta = $128\sqrt{3}$ cm². 30. 12,5 cm. 31. a) $a\pi$, b) $\frac{4}{3}h$. 32. a) 3π , b) $4\sqrt{3}\pi$, c) $(8,3-\sqrt{3})$ lub $(8,3+\sqrt{3})$. 33. $\sqrt{3}$.

str. 117–119: 10. a) $y=2x-4$, b) $y=2x+4$, c) $y=-2x-4$. 11. a) $A'=(2,-11)$, $B'=(150,190)$, b) $A'=(198,1)$, $B'=(50,-200)$.

str. 121–122: 5. 17,5. 6. 6 cm.

str. 124-125: 3. a) $\overline{AB} = [-2, 3]$, b) $\overline{AB} = [-8, 2]$, c) $\overline{AB} = [3, -3]$, d) $\overline{AB} = [0, 6]$.
 5. a) $A' = (1, 4)$, $B' = (4, 5)$, b) $A' = (6, 1)$, $B' = (9, 2)$, c) $A' = (-4, 2)$, $B' = (-1, 3)$, d) $A' = (-2, -2)$,
 $B' = (1, -1)$. 6. $A' = (5, 0)$, $B' = (10, -1)$, $C' = (12, 1)$, $D' = (8, 5)$. 7. O wektor o współrzęd-
 nych $[2, 4]$. 8. $y = 2x + 12$.

str. 127-128: 6. a) $(0, 5)$, b) $(0, 20)$, c) $(10, 0)$, d) $(-1, 4)$.

str. 129: 4. $12,5\sqrt{3}$. 6. 6 różnych wektorów; 2 cm. 7. 1. 8. $[3, -2]$. 10. $\frac{\sqrt{2}}{3}\pi$ i $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$.

str. 132-134: 1. $|AB| = 6$, $|CD| = 6$, $|EF| = 8$. 2. $a = 16$, $b = 35$, $c = 42$, $d = 67,5$, $e = 54$,
 $f = 35$. 4. $|DE| = 4$ cm. 5. Obwód $\triangle ABC = 29$, obwód $\triangle DBE = 14,5$. 6. $|AP| = 4,5$ cm,
 $|PB| = 1,5$ cm. 7. a) 9, b) 15,36, c) 12,24. 10. 6 m. 11. Wystarczy 8 zawodników.

str. 138-140: 1. b) 8,4 cm. 3. c) 30 i 40. 5. 45 cm. 6. 36 cm. 7. a) 288 cm²,
 b) $112,5$ cm², c) $0,72$ cm², d) 24 cm². 8. $\frac{1}{4}$.

str. 142-145: 1. 10 cm \times 15 cm. 5. $k = \sqrt{3}$; $\sqrt{3} : 1$. 6. a) 25 cm, b) nie. 8. 140 kroków.
 9. 6,4 m. 12. a) $2\frac{2}{5}$, b) $3\frac{1}{5}$, c) $3\frac{1}{8}$. 13. 6 cm. 14. $1\frac{12}{13}$. 15. a) 9, b) $3\frac{5}{6}$, c) $2\frac{1}{4}$.
 16. $11\frac{7}{9}$. 17. 10 m.

str. 149-150: 5. a) $P' = (4, 6)$, b) $P' = (-2, -3)$, c) $P' = (-6, -9)$. 7. $k = 4$. 9. 140 i 224.
 11. a) $k = -\frac{1}{3}$, b) Obwód $\triangle ABE = 27$ cm, obwód $\triangle CDE = 9$ cm.

str. 151-153: 1. a) 1,5, b) 120, c) 4, d) 3. 2. 18,8 cm. 3. $1\frac{1}{3}$. 4. 18. 5. $1\frac{1}{3}$ m.
 6. 2 i 3. 13. 8 cm, 6 cm, 4 cm. 15. Wymiary prostokąta $ABCD$: 6 cm \times 13,5 cm, wymiary
 prostokąta $A'B'C'D'$: 8 cm \times 18 cm. 16. 1 : 200; 20 m². 17. 10,8 cm². 18. 12,5 cm.
 19. $\sqrt{2} : 1$. 21. 24 i 36. 22. 12. 23. Długości boków równoległoboku: 2,5 i 3, długości
 boków trójkąta: 4,5, 6, 7,5. 26. $x = 1$, $y = 1,6$.

str. 156-159: 2. a) 3, b) $5\sqrt{3}$, c) $432\sqrt{2}$. 3. 4 cm. 4. a) Objętość = $24\sqrt{15}$,
 pole = $4(4\sqrt{5} + 3\sqrt{6} + 3\sqrt{30})$, b) $5\sqrt{3}$, c) 36. 5. 54,1 cm². 8. 10,8 cm³. 9. Około 3,6 cm.
 10. 0,792 m³. 11. 34 cm². 13. a) $P = 160$, b) $P = 63 + 4,5\sqrt{3}$, c) $P = 108 + 12\sqrt{3}$.
 14. a) $V = 18\sqrt{3}$, b) $V = 36$, c) $V = 135$. 15. a) $V = 67,5$, $P = 87 + 9\sqrt{34}$, b) $V = 320$,
 $P = 264 + 20\sqrt{13}$. 17. $200(2\sqrt{2} + 3)$ cm². 18. $2\sqrt{3}$ dm. 20. 9.

str. 163-165: 1. a) $P = 16(2\sqrt{6} + 1)$, $V = \frac{32\sqrt{23}}{3}$, b) $P = 81\sqrt{3}$, $V = \frac{243\sqrt{2}}{4}$, c) $P = 6(\sqrt{3} + \sqrt{35})$,
 $V = 8\sqrt{6}$. 2. a) $15\sqrt{11}$ dm², b) 7 cm, c) $\frac{14\sqrt{2}}{3}$ cm². 3. $V = \frac{40\sqrt{3}}{3}$, $P = 8 + 2\sqrt{79} + 8\sqrt{19}$.
 4. $\sqrt{30}$ cm. 5. $2\sqrt[3]{3}$. 6. a) 5 cm, b) $\frac{5\sqrt{6}}{3}$ cm, c) $5\sqrt{6}$ cm. 7. a) $2\sqrt{3}$ cm, b) 12 cm, c) 4 cm.
 8. a) $V = 4,5$; $\frac{1}{48}$, b) $216 + 9\sqrt{2}$. 9. $3(14 + \sqrt{7})$ cm². 10. 19 litrów. 11. 20 cm; chłopiec
 się nie wyprostuje; materiału nie wystarczy. 12. a) $V_A = 32\left(1 + \frac{\sqrt{7}}{3}\right)$, $V_B = 40,5\sqrt{3} + 60,75\sqrt{2}$,
 b) $V_C = 48\sqrt{3}$, $V_D = 300$, c) $12(23 + \sqrt{34})$.

str. 168-170: 7. b) $r = 3$ cm, $l = 6$ cm, $h = 3\sqrt{3}$ cm. 9. $10\sqrt{3}$ cm, 10 cm, 120°. 12. 12 cm.

str. 172–174: 2. Około 283 l. 4. 16 cm. 6. 630π . 7. a) Około 844 g, b) około 49 kg, c) około 1 g. 9. a) 96π , b) 150π , c) $37,5\pi$. 10. a) 72π , b) $48\pi \text{ cm}^2$, c) $50\left(\frac{1}{\pi} + 2\right) \text{ cm}^2$. 11. Około 44 m^2 . 12. Na wyższą puszkę. 13. a) 92π , b) $54\pi + 36$, c) 138π . 14. $2,53 \cdot 10^{-7} \text{ cm}$.

str. 177–180: 3. a) $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3} \text{ cm}^3$, b) $\frac{128\sqrt{2}\pi}{3} \text{ cm}^3$. 5. a) $216\sqrt{3}\pi$, b) 1000π . 6. 6 cm. 7. 392π . 8. a) 96π , b) 60π , c) 36π . 9. 27π . 10. 16. 11. a) $\frac{4}{3}$, b) 2,25, c) 1,25. 12. $\frac{1}{2}a$. 13. 20 cm, 216° . 14. a) $50\sqrt{3}\pi \text{ cm}$, b) $8\pi(\sqrt{2} + 1) \text{ cm}$. 16. a) $V = 96\pi$, $P = 76\pi$, b) $V = 233\frac{1}{3}\pi$, $P = 10\pi(6 + 5\sqrt{2})$, c) $V = 832\pi$, $P = 368\pi$. 17. a) $V = 480\pi \text{ cm}^3$, $P = 312\pi \text{ cm}^2$, b) $V = \frac{4\sqrt{2}\pi}{3} \text{ cm}^3$, $P = 4\sqrt{2}\pi \text{ cm}^2$, c) $V = 32\pi \text{ cm}^3$, $P = 40\pi \text{ cm}^2$.

str. 182–183: 5. $4\sqrt[3]{9} \text{ cm}$. 7. $48\pi \text{ cm}^2$. 9. 6,75 cm. 10. O 1,6 cm. 11. $16\pi \text{ cm}^2$. 12. Tak.

str. 184–185: 2. a) $V = 54$, $P = 62 + 6\sqrt{41} + 6\sqrt{2}$, b) $V = 48$, $P = 74 + 6\sqrt{41}$. 3. a) $2\sqrt{34} \text{ cm}^2$, b) $20\sqrt{3} \text{ cm}^2$. 4. $(4 + 4\sqrt{17}) \text{ cm}^2$. 6. a) $2\sqrt{3}$, b) 1. 7. $r = 1,25 \text{ cm}$, $h = 2,5\sqrt{3} \text{ cm}$. 8. $\sqrt{109} \text{ cm}$. 11. 100 razy. 12. 100π . 13. Ok. 6,8 l. 15. Ok. 7,1 cm. 16. 5. 17. a) $P = 36\pi$, $V = 36\pi$, b) $P = \pi \text{ dm}^2$. 18. $V = \frac{40\sqrt{10}}{3}\pi$, $P = 40\pi$.

str. 187–192: 1. a) 5 sekund, b) 300, c) 80. 2. a) Zdanie nr 3 i 4, b) 4800 km, c) ok. 69. 3. a) 6, b) pierwsze, drugie i czwarte zdanie, c) ok. 15 m. 4. a) 3363,80 zł, b) 10962,84 zł, c) 17415,64 zł. 6. d) Jeśli pociąg się nie spóźnił, to podróż trwała 8 godz. 7 min. 7. b) Ok. 9, c) 301 JT; brutto 106,49 zł, d) 1,58, e) brutto 1,97 zł. 8. b) 150 szelągów, c) 30 łokci płótna w 1600 r., tyle samo w 1630 r., d) małała. 9. a) Wenus, b) 225 m, c) $6 \cdot 10^7 \text{ km}$, d) 5925 mln km, e) ponad 11 razy, f) 1 : 1 000 000 000, g) ok. 400 tys. km, h) 1,4 mln km, i) 12 cm.

str. 195–200: 1. e) 684 mm. 2. c) W 1995 r. ok. 9700, w 1996 r. ok. 5700, d) o około 17%, e) spadł o około 40%. 3. b) 19 razy, c) w karate (ok. 40,2%), w szachach (44,6%), d) w lekkoatletyce, e) 25. 4. a) O około 53%, b) 3266 tys., c) około 228. 5. a) O 3 zł; o 60%, c) 8 zł na akcjach firmy A i 1,50 zł na akcjach firmy B, d) 1250. 7. a) 21484, b) ok. 7 razy więcej, c) ok. 288; 24 przedstawienia miesięcznie, d) ok. 195, e) ok. 3 razy więcej. 8. c) Na A. Małosolnego głosowało 441 osób, na M. Mizerię — 450 osób, d) więcej w wielkopolskim, e) małopolskie; 51 głosów, f) liczba członków THO wynosi 19274, w wyborach wzięło udział 15419 członków, g) A. Małosolny otrzymał o 1388 głosów więcej. 9. a) 19871 240 kobiet i 18 788 760 mężczyzn, b) ok. 5 603 700, c) ok. 2 498 900, d) ok. 9 895 900, e) ok. 15%.

str. 202–205: 1. Toronto — Nowy Jork: 540 km, Dover — Calais: 40 km, Pałac Kultury — Kolumna Zygmunta: 1820 m. 3. a) 45 cm, b) 11,25 cm. 4. 1 : 16 000 000. 5. a) 2,8 cm, b) 31,5 cm. 6. 1 : 25 000 000; 1 : 750 000; 1 : 10 000 000. 7. a) 1 : 7 500 000, b) 1 : 50 000, c) 1 : 8 000, d) 1 : 2 500. 8. 1 : 400 000. 9. 1 : 10 000. 10. b) Obie mają wysokość 950 m n.p.m. 12. a) 260° , b) 225° . 13. 20° . 14. a) W Polsce jest godzina 16^{00} , w Meksyku — 9^{00} , b) w Pekinie jest godzina 9^{00} , w Buenos Aires — 22^{00} poprzedniego dnia, c) w Australii 2 godziny, w Kanadzie 4 godziny. 15. Na wschodzie wcześniej o 40 minut.

str. 208–210: 1. a) 60 zł, b) 575 zł, c) 2000 zł, d) 800 zł. 2. 11,7%. 4. 1404,93 zł.
6. Odsetki będą większe niż wygrana o 7360 zł. 7. a) 1200 zł, b) 2472 zł, c) 150 zł, d) 1359 zł.
8. o 100 zł więcej. 9. 400 zł. 10. Zmaląła. 11. o 21%. 12. o 23,2%.

str. 212–214: 1. d) $300 \text{ cm}^2 = 0,03 \text{ m}^2$, $0,6 \text{ ha} = 6000 \text{ m}^2$, $0,75 \text{ a} = 75 \text{ m}^2$. 2. g) 3,1 h,
h) $\frac{3}{16}$ doby, i) 25 min, j) 183,05 min. 3. 6000 razy. 4. a) 4500 kroków, b) 33 tys. zł,
c) około 7,3 mld, d) 3480 razy, e) 200 tys. 5. a) O 18750 skrupułów, b) 63,36 kg.
6. Notatnik waży 450 g, wykonany z lżejszego papieru ważyłby 350 g. 7. Dokładniejsza jest
mapa o skali 1 : 50 000 (kupiona w Londynie ma skalę około 1 : 63000) 8. c) $0,2 \text{ hl} = 20000 \text{ cm}^3$,
 $6 \text{ dm}^3 = 6000 \text{ cm}^3$, $2 \text{ cl} = 20 \text{ cm}^3$, d) $0,007 \text{ km}^3 = 7000000 \text{ m}^3$, $10^{20} \text{ cm}^3 = 10^{14} \text{ m}^3$,
 $70000 \text{ l} = 70 \text{ m}^3$. 9. a) 167, b) $9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$. 10. 277778. 11. $1,5 \cdot 10^{10}$.

str. 217–219: 2. b) Ponad 833 razy, c) ponad 43,2 km/h. 3. $36 \text{ m/s} \approx 70$ węzłów.
4. a) Około 6,5 s, b) 100,8 cm, c) około 1,4 cm/min. 5. $x = 42,5$, $y = 1,5$, $z = 18$. 6. 80 km/h
7. Około 9 minut. 8. Około 3,4 m/s. 9. a) W nocy 1 minuta, a w dzień 40 sekund, b) w nocy:
60 km/h, w dzień: 45 km/h, c) o godzinie 1⁰¹. 10. a) 22 km/h, b) 2 km/h. 11. Średnia pręd-
kość Kusocińskiego to 6 m/s. Dzisiaj rekordzista wyprzedziłby go o 180 m. 12. 2 h 45 min 45 s.

str. 222–227: 2. a) 300000 J, b) o 180000 J. 3. 3,85 m/s. 4. $v \approx 14 \text{ m/s}$, praca $\approx 0,3 \text{ J}$.
5. 12,60 zł. 7. a) 21 kWh, b) 45 żarówek. 8. a) Zamarza w temperaturze 32° F , wrze w tem-
peraturze 212° F , b) -40° F , c) $c = \frac{1}{5}(5f - 160)$, d) w USA nie, w Australii tak, e) około -18° C .
9. a) 100,13 cm, b) aluminiowy, miedziany i stalowy, c) o 0,23%, d) o 8 mm. 10. $18,52 \text{ m/s}^2$;
ok. 333 m. 11. a) Ok. 84 m/s, b) ok. 2,5 razy dłużej. 12. a) 19,28 t, b) 13,5 g, c) 1,03 kg,
d) o 0,8 kg więcej, e) 370 cm^3 , f) 100 razy więcej. 13. Około $4,1 \cdot 10^{12} \text{ N}$ ($1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$).
14. $1,5 \cdot 10^{14}$. 15. a) HCl: 36 u, Cu₂S: 160 u, H₂SO₄: 98 u, b) około $5 \cdot 10^{23}$, c) około $2,6 \cdot 10^{22}$,
d) $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-24} \text{ g}$. 16. a) 40%, b) 400 kg. 17. a) 15 dag, b) 4%, c) ok. 3,5%,
d) ok. 3,1 kg. 18. a) Około 4,8%, b) ok. 5,3 dag.

str. 228–231: 1. a) O 1,57 g, b) tak, c) 1 talent = 36000 oboli. 2. a) O 103 km, b) przez
Słubice. 3. a) 50 osób, b) 950 osób, c) 171 osób, czyli 17,1% grupy, d) 8%, e) 19 osób.
4. a) O 86,8 g, b) węglowodanów jest 92,4 g, białka jest 38,05 g, c) tak, d) 233,3 g.
5. Rzeczywista odległość: 980 km, na mapie: 9,8 cm. 6. 95° . 7. a) 360 zł, b) o 404,93 zł.
8. a) 125 zł, b) 256,25 zł, c) 4,17 zł. 9. a) 830,18 zł, b) 12066,74 zł. 10. a) 1,24 osoby,
b) 350 kg. 11. a) 100 kg, b) 10 ml. 12. 0,05%. 14. a) 870 m/s, b) tak, c) pokonuje
1 373 760 km na dobę, za 30 lat będzie w odległości 24 mld km. 15. 45,7 km/h, czyli 12,7 m/s.
16. W jedną stronę 10 m/s, z powrotem 20 m/s. 17. 3 łyżeczki. 18. a) Ok. 6 t, b) ok. 27,2 t.
19. a) 0,2 litra, b) 0,5 litra. 20. Cyna: 10,78%, cynk: 6,86%, ołów: 4,9%, miedź: 77,45%.

str. 238–241: 4. Tak (druga może być dwuzłotówką). 5. 4000 zł. 6. a) 3, b) 8. 7. 11.
8. 1 mieszkaniec. 9. Winna jest zebra. 10. W kufrze nr 3. 11. Tak. 12. Jaka drogę wskaże
twój brat, gdy go spytam, która droga jest bezpieczna? 15. a) Wystarczy 2 razy, b) 2 razy.

SKOROWIDZ

- Archimedes 185
- argument funkcji 55
- atomowa jednostka masy 226
- azymut 204

- Bernoulli Jan 56
- bryły obrotowe 166

- cecha podobieństwa prostokątów 140
 - trójkątów prostokątnych 141, 142
- Celsjusz 62, 224
- czworościan foremny 161

- Dirichlet 50
- długość okręgu 100
 - łuku 100
- działania na potęgach 22
- działaniach na pierwiastkach 23
- dziedzina funkcji 55
- dżul (J) 222

- energia kinetyczna 221, 222
 - potencjalna 221, 222

- Fahrenheit Gabriel 224
- Fermiego pytania 242
- figury jednokładne 147, 148
 - osiowosymetryczne 116
 - podobne 137
 - środkowosymetryczne 116
- Franklin Benjamin 174
- funkcja kwadratowa 80
 - liniowa 59
 - malejąca 73
 - rosnąca 73
 - stała 73

- gęstość 225
- graniastosłup prosty 155
 - prawidłowy 155

- hiperbola 81

- inflacja 210

- jednokładność 147

- kąt rozwarcia stożka 169
 - środkowy 100
 - wpisany 100
- Kelvina skala 62
- kierunek wektora 120, 121
- kilowat (kW) 223
- kilowatogodzina (kWh) 223
- koło wielkie kuli 168
- kula 166, 167, 181

- liczba π 100
- liczby całkowite 12
 - naturalne 12
 - niewymierne 12
 - rzeczywiste 12
 - wymierne 12

- masa atomowa 226
- metoda rozwiązywania układu równań
 - graficzna 65
 - podstawiania 38
 - przeciwnych współczynników 35
- miejsce zerowe funkcji 58
- mikrometr 213
- moc 223

- notacja wykładnicza 13
- objętość graniastosłupa 155
 - kuli 181
 - ostrosłupa 161
 - stożka 176
 - walca 171
- obrót 126
- odcinek koła 103
- odcinki proporcjonalne 130
- odsetki 207
- ognisko paraboli 81
- okręgi rozłączne 104
 - styczne 104
- ostrosłup 160
 - prawidłowy 161
- oś symetrii figury 116

- parabola 80
- Platon 162
- podział odcinka 135, 136
- pole koła 100
 - wielokąta opisanego na okręgu 110
 - wycinka koła 100
- pole powierzchni graniastosłupa 155
 - kuli 181
 - ostrosłupa 161
 - stożka 177
 - walca 171
- poziomice 202
- prędkość średnia 215, 216
- procent 25
- prostokąt 95
- przekrój osiowy 168
- przesunięcie o wektor 121
- przyspieszenie 225
- punkt procentowy 30
- punkty symetryczne względem prostej 115
 - względem punktu 115
- romb 95
- roztwór 227
- rozwinęcia dziesiętne 12, 13
- równanie sprzeczne 37
 - tożsamościowe 37
- równoległobok 95
- Rubik Ernő 232
- ruch jednostajnie przyspieszony 225
- siła wyporu 226
- sfera 181
- skala jednokładności 147
 - mapy 201
 - podobieństwa 137
- stężenie procentowe 221
- stożek 166, 167, 176
- styczna do okręgu 100
- środek jednokładności 147
 - obrotu 127
 - symetrii figury 116
- Tales z Miletu 130, 131, 132, 143
- trapez 95
- trójkąt 89
 - o kątach $90^\circ, 45^\circ, 45^\circ$ 90
 - o kątach $90^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ 90
- twierdzenia o kątach wpisanych i środkowych 100
- twierdzenie
 - o długościach boków trójkąta 89
 - odwrotne do tw. Pitagorasa 92
 - o punkcie przecięcia wysokości trójkąta równobocznego 92
 - o stosunku pól figur podobnych 138
 - o stycznych do okręgu 110
 - o sumie miar kątów trójkąta 89
 - Pitagorasa 89
 - Talesa 131
- tworząca stożka 167
- układ równań nieoznaczony 39
 - oznaczony 39
 - sprzeczny 39
- usuwanie niewymierności z mianownika 24, 34
- wartość bezwzględna 17
 - funkcji 55
- walec 166, 167, 171
- wat (W) 223
- wektor 120
 - w układzie współrzędnych 123
- wektory równe 121
- wielościiany foremne 162
- współczynnik kierunkowy 74
- współrzędne wektora 123
- wyrażenia algebraiczne 32
- wzory dotyczące trójkąta równobocznego 90
 - skróconego mnożenia 33
- zaokrąglenia 14
- zmienna niezależna 55
 - zależna 55
- zwrot wektora 120, 121

ISBN 83-87788-71-6



9 788387 788711 >



Podręcznik jest dopuszczony przez MEN do użytku szkolnego i wpisany do wykazu podręczników. Numer w wykazie 164/01.

Zestaw dla ucznia trzeciej klasy gimnazjum składa się z *Podręcznika* oraz *Zeszytu ćwiczeń*.

Polecamy również:

- *Zbiór zadań*
- *Książkę dla nauczyciela*
- *Sprawdziany*