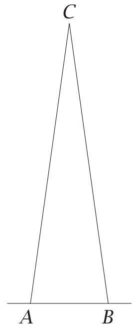
Logika

WYKŁAD 9

Z reguł wnioskowania na oddzielne traktowanie zasługują reguły Claviusa:

$$(\neg p \Rightarrow p) \Rightarrow p, \quad (p \Rightarrow \neg p) \Rightarrow \neg p$$

Mówią one, że jeżeli z zaprzeczenia jakiegoś zdania wyprowadzimy to właśnie zdanie, to musi być ono prawdziwe. Reguły te stosujemy najczęściej, gdy twierdzenie, którego dowodzimy, ma postać negacji. Na przykład weźmy pod uwagę twierdzenie głoszące, że przez dany punkt C nieleżący na danej prostej l można poprowadzić tylko jedną prostą prostopadłą do danej.



Możemy je udowodnić nie wprost, przypuszczając, że istnieje więcej takich prostych. Zakładamy, że kąty przy wierzchołkach A i B są proste. Przypuśćmy teraz, że zdanie p: *Punkty A i B są równe* jest fałszywe. To znaczy, że $A \neq B$. Wtedy kąt przy wierzchołku C jest dodatni, a więc suma miar kątów $A + B + C$ jest większa niż 180° — czyli jednak A musi się równać B. Na mocy twierdzenia o sumie kątów trójkąta wnioskujemy, że zdanie p musi być nieprawdziwe.

Wykazaliśmy więc, że z zaprzeczenia zdania p wynika prawdziwość zdania p. Reguła Claviusa stwierdza, że w takim razie zdanie p jest udowodnione. Być może ze względu na te trudności logiczne ścisły dowód wspomnianego twierdzenia jest obecnie w szkole pomijany. Twierdzenie jest zresztą bardzo intuicyjne.

Oliwa sprawiedliwa zawsze na wierzch wypływa!

Dostosować sposób gry do nowych reguł
w efektownym fałszu ukryć się
potrafiłabym to zrobić dla innego
a dla ciebie, a dla ciebie — nie.
Już nie umiem mojej prawdy minąć granic
I to chyba jest niedobry znak
że przed innym nie odkryłabym jej za nic
a przed tobą, a przed tobą — tak.

Piosenka Jerzego Wasowskiego do słów Jeremiego Przybory,
wyk. Kalina Jędrusik

Temat, o którym tu piszę, można z powodzeniem wykorzystać na lekcji. Połóż na stole kilka przedmiotów i w myśli wybierz jeden z nich. Zaraz zgadnę, co wybrałeś. Musisz tylko odpowiedzieć na kilka pytań: „tak” lub „nie”… Słucham?

Mówisz, że to przecież banalne? Tak, ale nie zdążyłem powiedzieć, że możesz kłamać i to kiedy chcesz… Musisz tylko obiecać (i słowa dotrzymać), że skłamiesz co najwyżej ileś razy.

Pokażę na prostym przykładzie jak wyglądałoby odgadywanie. Powiedzmy, że do wyboru masz agrafkę, bibułę, cukierek, dyskietkę, ekierkę, flamaster, gumkę i herbatnik. Przypuśćmy, że wybrałeś cukierek i obiecałeś, że nie skłamiesz więcej niż dwa razy. Rysuję tabelkę, wpisuję w nagłówkach kolumn możliwą liczbę kłamstw i dzielę zbiór przedmiotów na dwie równe albo prawie równe części:

0 kłamstw	1 kłamstwo	2 kłamstwa	Na pewno nie ten
a, b, c, d			
e, f, g, h			

Pytam teraz: „Czy wybrany przedmiot jest w górnej połówce tabelki?”. Jeżeli usłyszę „tak”, to przesuwam „dolne” przedmioty (te z dolnego wiersza tabeli) do następnej kolumny. Na „nie” przesuwam „górne”. Następnie znów rozmieszczam przedmioty mniej więcej po równo w wierszach tabeli (to przyspiesza odgadywanie). Jeżeli w wierszu wszystkie pozycje oprócz ostatniej są puste, to przesuwam do niego niektóre przedmioty (symbole) z pozostałego wiersza. Następnie znów pytam, czy wybrany przedmiot jest w górnej części tabeli.

Przypuśćmy zatem, że na początkowe pytanie odpowiedziałeś „nie”. Zatem skłamałeś (ale oczywiście ja tego nie wiem). Przesuwam przedmioty a, b, c i d do rubryki „1 kłamstwo”:

Twoja odpowiedź	0 kłamstw	1 kłamstwo	2 kłamstwa	Na pewno nie ten
Nie		a, b, c, d		
Tak	e, f, g, h			

i rozmieszczam po równo (dla każdej kolumny oddzielnie):

0 kłamstw	1 kłamstwo	2 kłamstwa	Na pewno nie ten
e, f	a, b		
g, h	c, d		

Pytam znów: „Czy wybrany przedmiot jest w górnej połówce?”. Przyszła ci ochota, żeby tym razem nie skłamać, i odpowiedziałeś zgodnie z prawdą „nie”. Przesuwam „górne” przedmioty o jedno oczko dalej:

Twoja odpowiedź	0 kłamstw	1 kłamstwo	2 kłamstwa	Na pewno nie ten
Nie		e, f	a, b	
Tak	g, h	c, d		

Dzielę po równo:

0 kłamstw	1 kłamstwo	2 kłamstwa	Na pewno nie ten
g	e, f	a	
h	c, d	b	

Pytam dalej: „Czy przedmiot jest w górnym rzędzie?”. Załóżmy, że znów mówisz prawdę, a więc „nie”. Tabelka zmienia się na:

Twoja odpowiedź	0 kłamstw	1 kłamstwo	2 kłamstwa	Na pewno nie ten
Nie		g	e, f	a
Tak	h	c, d	b	

„Najwyższy czas skłamać” — pomyślałeś i na czwarte pytanie: „Czy przedmiot jest w górnej połówce?” — odpowiedziałeś „tak”, choć jest on właśnie w dolnej. Przypominam, że chodzi o cukierek c. Nic ci to nie pomoże, tabelka prawdę powie. Oto bowiem jak wygląda ona po czwartej odpowiedzi:

Twoja odpowiedź	0 kłamstw	1 kłamstwo	2 kłamstwa	Na pewno nie ten
Nie		g	e, f	a, b
Tak		h	c, d	

Na razie wiem tylko, że nie wybrałeś agrafki i bibułki. Zadaję to samo pytanie, a ty musisz już teraz mówić prawdę. Oczywiście ja nie wiem, że wyczerpałeś już limit kłamstw. Twoja piąta odpowiedź musi brzmieć „nie” i tabelka zmieni się wtedy na taką:

Twoja odpowiedź	0 kłamstw	1 kłamstwo	2 kłamstwa	Na pewno nie ten
Nie			g	a, b, e, f
Tak		h	c, d	

Po odpowiedzi na szóste pytanie (musisz na nie odpowiedzieć „nie”) mamy:

Twoja odpowiedź	0 kłamstw	1 kłamstwo	2 kłamstwa	Na pewno nie ten
Nie			c	a, b, e, f, g
Tak		h	d	

Dokończ sam zgadywanie. Zobaczysz, że w ostatniej kolumnie znajdą się wszystkie przedmioty oprócz c (cukierka). Sherlock Holmes mawiał: „Jeżeli wykluczymy to, co niemożliwe, to, co pozostaje, choć nieprawdopodobne, musi być prawdą”.