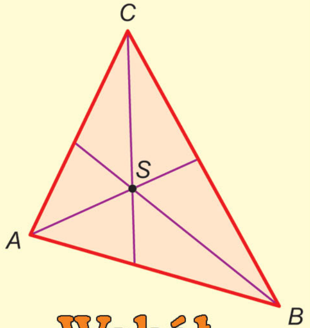
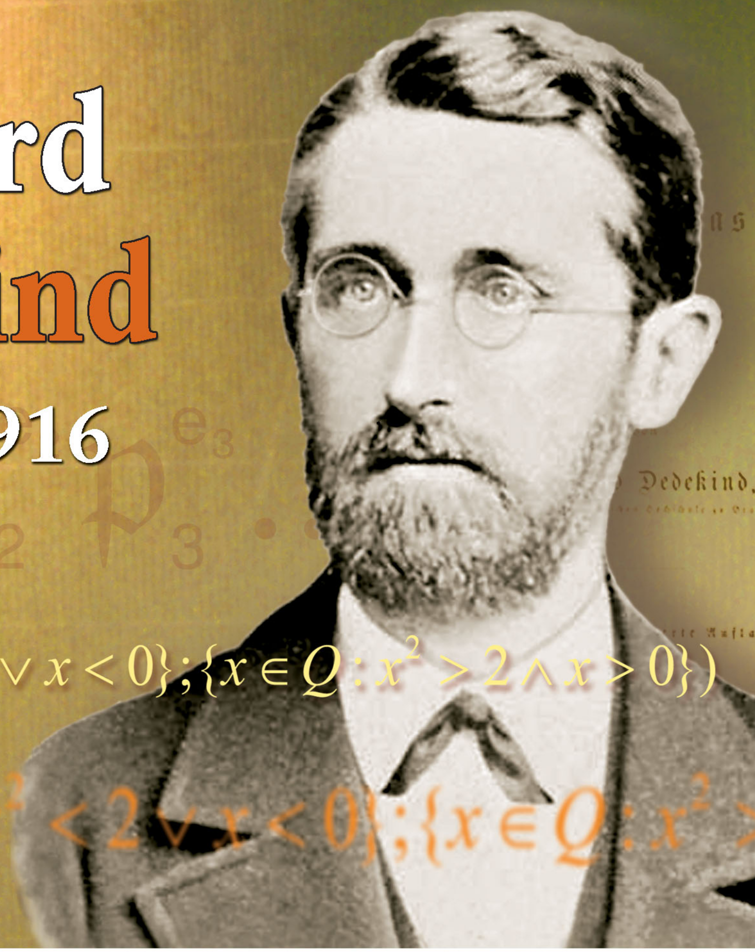


Wokół środka ciężkości

Matematyka

Nr 5 MAJ 2009 351 (LXII) indeks 365149 CENA 11,90 ZŁ (VAT 0%)

CZASOPISMO DLA NAUCZYCIELI



Richard Dedekind

1831 – 1916

$$\sqrt{2}=(\{x\in Q: x^2<2\vee x<0\};\{x\in Q: x^2>2\wedge x>0\})$$

ISSN 0137-8848
9 770137 884903 05
8209030090505

Z pochodną i bez pochodnej

NUMER 5
MAJ 2009
351 (LXII) indeks 365149
Nakład 4640 egz.
CENA zł 11,90 (VAT 0%)

edu PRESS Czasopisma Pedagogiczne

Matematyka

CZASOPISMO DLA NAUCZYCIELI

redakcja: Agnieszka Wojciechowska (redaktor naczelny), Werner Mnich (zastępca redaktora naczelnego), Krystyna Wuczyńska (sekretarz redakcji), Antoni Kościelski (redaktor działu informatycznego, redaktor.Matematyki@ii.uni.wroc.pl), Jan Kraszewski, (redaktor działu mat.), Włodzimierz Bąk (redaktor działu zadaniowego), Jacek Milewski (redaktor graficzny);

adres redakcji: 50-527 Wrocław, ul. Dawida 1a, pok. 26, tel. 071 338 66 13, (redmat@dodn.wroclaw.pl). Redakcja nie odpowiada za treść płatnych ogłoszeń;

wydawca: Dr Josef Raabe Spółka Wydawnicza Sp. z o. o.
PL - 01-194 Warszawa, ul. Młynarska 8/12, tel. 022 244 84 00, faks: 022 244 84 20, raabe@raabe.com.pl, www.raabe.com.pl
NIP: 526-13-49-514, REGON: 011864960.
Zarejestrowana w Sądzie Rejonowym dla m. st. Warszawy w Warszawie, XII Wydział Gospodarczy KRS, KRS 0000118704,
wysokość kapitału zakładowego: 50 000 PLN

prezes zarządu: Michał Włodarczyk;

dyrektor wydawniczy: Józef Szewczyk, tel. 022 244 84 70, (j.szewczyk@raabe.com.pl);

dział obsługi klienta: Anna Konon, tel. 022 244 84 11, faks 022 244 84 10, (a.konon@raabe.com.pl);

dyrektor marketingu: Anna Gryczewska, (a.gryczewska@raabe.com.pl);

kolportaż: Anna Niepiekło, tel. 022 244 84 78, faks 022 244 84 76, (a.niepieklo@raabe.com.pl);

reklama: Andrzej Idziak, tel. 022 244 84 77, faks 022 244 84 76, tel. kom. 0 692 277 761, (reklama@raabe.com.pl);

skład i łamanie: Sigma, ul. Racławicka 11/1B 53-149 Wrocław, tel. 071 361 27 41;

druk i oprawa: Pabianickie Zakłady Graficzne SA, ul. Piotra Skargi 40/42, 95-200 Pabianice;

rysunki wewnątrz numeru: Ewa Karolczak;

nasza okładka: RICHARD DEDEKIND – polecamy artykuł na s. 259.

SPIS TREŚCI

MATEMATYKA DAWNIEJ I DZIŚ

259 Richard Dedekind (1831–1916) – o pochodzeniu liczby ▪ Jerzy Mioduszewski
265 Matematycy znaczkami „opisani” ▪ Jan Swadźba

NAUCZANIE MATEMATYKI

271 Metodą czy sposobem? ▪ Danuta Zaremba
272 Co wiemy o przekątnej? ▪ Michał Kremzer
273 Ciekawostki o liczbach (1). Od zera do dziewiątki ▪ Małgorzata Rucińska-Wrzesińska
279 Strategie rozwiązywania zadań w szkole podstawowej ▪ Janusz Karkut
283 Wokół środka ciężkości ▪ Martha Ubik
287 Z pochodną czy bez pochodnej? ▪ Arkadiusz Palczak
292 Ekstremum funkcji kwadratowej bez wzorów ▪ Marian Maciocha
294 Maksimum i minimum ▪ Michał Kemzer

INFORMATYKA I NAUCZANIE

296 Jak nauczyć maszynę pisać… ▪ Jadwiga i Włodzimierz Bąkowie
298 Część ułamkowa ▪ Michał Kremzer
299 O hipotezie Artina ▪ Witold Bednarek, Grzegorz Urbański
301 Podwojenie ▪ Witold Bednarek

PRZEDSTAWIAMY

302 Warto się dokształcać za granicą ▪ Katarzyna Sikora

ZADANIA

305 Liczby, liczby, liczby... Zadania dla SP ▪ Włodzimierz Bąk
307 Ale kosmos! Zadania dla gimnazjum ▪ Jadwiga Bąk
310 Zadania dla kółek matematycznych w LO ▪ Witold Bednarek

BIBLIOGRAFIA

312 Listy do młodej matematyczki ▪ Jan Waszkiewicz
314 Anegdota ▪ Marian Maciocha

KORESPONDENCJA

315 O równaniu $x = \sin x$ ▪ Witold Bednarek
315 Dziadek i babcia jeszcze raz ▪ Marian Maciocha
316 Jednostki i przedrostki ▪ Helena Rucińska
317 Matematyczne pułapki ▪ Agnieszka Baszak

MISTER MAT

318 67. Vectors in coordinate system (2) – Wektory w układzie współrzędnych (2) ▪ Małgorzata Mikołajczyk

Pismo wydawane przy współpracy
POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO

Zapraszamy do odwiedzenia naszej strony w Internecie **www.edupress.pl**

Jak nauczyć *maszynę pisać…*

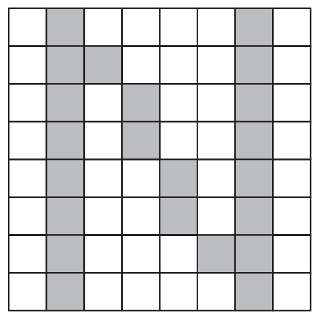
Poniższy tekst jest propozycją tematu na zajęcia dodatkowe z matematyki lub informatyki.

JADWIGA I WŁODZIMIERZ BĄKOWIE

Używając współczesnych komputerów (telefonów komórkowych) nie zdajemy sobie zazwyczaj sprawy, że podstawą ich działania jest wciąż *system dwójkowy* zwany też *binarnym*. W popularnych niegdyś mikrokomputerach (takich jak Commodore 64, czy Atari 65 XE), z powodu bardzo ograniczonej pamięci maszyn (zwykle do 64 kilobajtów), wykorzystywanie systemu dwójkowego widoczne było niemal na każdym kroku.

Przykładem i motywacją dla naszych dalszych rozważań będą *czcionki* – czyli zbiór znaków graficznych używanych przez komputer do komunikacji z użytkownikiem. Można się zastanawiać, skąd maszyna „wie” jak wyglądają poszczególne znaki czy litery, np. „A” lub też „a”. Odpowiedź jest bardzo prosta: ktoś musiał wcześniej kształt tych znaków w komputerze zaprogramować. W dalszym ciągu postaramy się wyjaśnić, na czym, w uproszczeniu, ten proces polega.

Sama idea jest bardzo naturalna. Wyobraźmy sobie tablicę o wymiarach 8×8 pól. Będzie to matryca, na której projektujemy kształt interesującego nas znaku. Przypuśćmy, że chcemy zakodować w komputerze informacje o wyglądzie litery „N”.



Projekt znaku „N”

0	**1**	0	0	0	0	**1**	0
0	**1**	**1**	0	0	0	**1**	0
0	**1**	0	**1**	0	0	**1**	0
0	**1**	0	**1**	0	0	**1**	0
0	**1**	0	0	**1**	0	**1**	0
0	**1**	0	0	**1**	0	**1**	0
0	**1**	0	0	0	**1**	**1**	0
0	**1**	0	0	0	0	**1**	0

Forma zrozumiała dla komputera

Na matrycy „zapalamy” odpowiednie komórki, a następnie zawartość tablicy zapisujemy w postaci ciągu bitów: wyróżnionym komórkom odpowiada **1**, a komórkom pustym – **0**. Tak otrzymany ciąg 64 bitów (zer lub jedynek) dzielimy na 8 porcji zwanych *bajtami* (1 bajt to 8 bitów).

W naszym przypadku, jeśli ów podział dokonamy tak jak wyglądają wiersze matrycy, otrzymamy

01000010, 01100010, 01010010, 01010010, 01001010, 01001010, 01000110 i 01000010.

Dla większej wygody, na tym etapie programowania już można posługiwać się systemem dziesiętnym[1]. Każdy z powyższych bajtów to liczba całkowita nieujemna z zakresu 0–255 (bo $2^8 = 256$). Wartości (dziesiętne) poszczególnych bajtów obliczamy sumując odpowiednie potęgi dwójki. I tak

$$\mathbf{01000010} = 0\cdot 2^7 + 1\cdot 2^6 + 0\cdot 2^5 + 0\cdot 2^4 + 0\cdot 2^3 + 0\cdot 2^2 + 1\cdot 2^1 + 0\cdot 2^0 = 2^6 + 2 = 66,$$

$$\mathbf{01100010} = 0\cdot 2^7 + 1\cdot 2^6 + 1\cdot 2^5 + 0\cdot 2^4 + 0\cdot 2^3 + 0\cdot 2^2 + 1\cdot 2^1 + 0\cdot 2^0 = 2^6 + 2^5 + 2 = 98 \text{ itd.}$$

W naszym przykładzie ciąg liczb kodujący kształt litery „N" wygląda następująco

(W) **66, 98, 82, 82, 74, 74, 70, 66.**

Można też otrzymaną tablicę bitów podzielić na bajty kolumnami (np. od lewej do prawej). Wtedy ciąg liczb dziesiętnych, które otrzymamy będzie inny. Oto on

(K) **0, 255, 64, 48, 12, 2, 255, 0.**

W zależności od systemu znajdującego się w komputerze wprowadza się ciąg (W) lub ciąg (K), aby zaprogramować wygląd litery „N".

Na bazie powyższych, elementarnych informacji, można ułożyć wiele interesujących – a przy tym nie zawsze łatwych – zadań. Poniżej kilka propozycji.

[1] lub szesnastkowym

Zadania

1 Oblicz, ile pamięci jest potrzebne do zakodowania kompletnego zestawu znaków alfabetu polskiego (małe i wielkie litery) oraz 32 znaków dodatkowych. Czy 1 kilobajt (kB) wystarczy? Pamiętaj, że 1 kB = 1024 B.

2 Ile różnych znaków można zakodować używając matrycy o wymiarach 8×8 pól? Czy jest to duża liczba?

3 Zaprojektuj dwa dowolne symbole (np. litery, znaki działań, znaki interpunkcyjne) i podaj oba odpowiadające im ośmiowyrazowe ciągi liczb („wierszowy" – W i „kolumnowy" – K).

4 Odkoduj symbole określone podanymi ciągami bajtów.

- (W): 66, 129, 66, 36, 90, 66, 129, 66;
- (K): 17, 42, 68, 138, 81, 34, 84, 136;
- (K): 79, 195, 37, 25, 152, 164, 195, 242.

5 Jak sprawdzić (jak najmniejszym nakładem pracy), czy znak zakodowany danym ciągiem „wierszowym" ośmiu bajtów ma oś symetrii (przechodzącą przez środek matrycy):

- poziomą;
- pionową?

6 W komputerze każdemu znakowi odpowiada jego tzw. inwersja, czyli znak, w którym wszystkie bity opisujące jego kształt mają przeciwne wartości (0 przechodzi na 1 i odwrotnie) do odpowiednich bitów w znaku wyjściowym. W jaki sposób, mając dany ciąg ośmiu bajtów definiujący kształt pewnego znaku, można wyznaczyć odpowiedni ciąg dla jego inwersji?

7 Podaj algorytm zamieniający dany ciąg „wierszowy” bajtów na odpowiedni ciąg „kolumnowy”, tak aby oba ciągi opisywały ten sam znak.

Odpowiedzi do niektórych zadań:

1. Polski alfabet składa się z 32 liter. Zatem, aby zakodować żądany zestaw znaków (jest ich $96 = 32 \cdot 2 + 32$), potrzeba $96 \cdot 8 = 768$ bajtów – czyli 1 kB pamięci będzie wystarczający.

2. Jeśli dopuszczalnym znakiem będzie dowolny wzór możliwy do zakodowania na danej matrycy, to wszystkich różnych znaków można utworzyć $2^{8 \cdot 8} = 2^{64}$. Liczba ta, w zapisie dziesiętnym, ma 20 cyfr.

5. Znak będzie miał poziomą oś symetrii dokładnie wtedy, gdy odpowiadający mu ciąg „wierszowy” będzie symetryczny, tzn. równe będą wyrazy pierwszy i ostatni, drugi i przedostatni itd.

Przy sprawdzaniu symetrii pionowej, należy posłużyć się ciągiem „kolumnowym”.

6. Należy zauważyć, że każde pole matrycy jest zapalone dokładnie w jednym ze znaków: wyjściowym lub jego inwersji. Zatem suma dwóch liczb reprezentujących dany wiersz (lub daną kolumnę) w znaku i jego inwersji musi być równa 255 (tej liczbie odpowiada dwójkowy ciąg 11111111). ❑

O AUTORACH

JADWIGA BĄK, nauczycielka SP sióstr Salezjanek w Dzierżoniowie,
WŁODZIMIERZ BĄK, pracownik IM Uniwersytetu Opolskiego, redaktor czasopisma „Matematyka”

Część ułamkowa

! Ile wynosi $\{x^2\}$ (część ułamkowa liczby x^2) jeżeli

a) $\{x\} = 0$, b) $\{x\} = \frac{1}{2}$, c) $\{x\} = \frac{1}{3}$, d) $\{x\} = \frac{1}{4}$?

nadesłał **Michał Kremzer**

Rozwiązania. Wiemy, że $x = [x] + \{x\}$, gdzie $[x]$ jest częścią całkowitą liczby x.

Ad a) Jeżeli $\{x\} = 0$, to liczba x jest całkowita. Wówczas x^2 też jest liczbą całkowitą i mamy $\{x^2\} = 0$.

Ad b) Mamy $x = [x] + \frac{1}{2}$, czyli $x^2 = [x]^2 + [x] + \frac{1}{4}$. Ale liczba $[x]^2 + [x]$ jest całkowita, zatem $\{x^2\} = \frac{1}{4}$.

Ad c) Mamy $x^2 = [x]^2 + \frac{2}{3}[x] + \frac{1}{9}$. Ponieważ liczba $[x]$ może dawać przy dzieleniu przez 3 reszty 0 lub 1 lub 2, więc odpowiednio $\{x^2\} = \frac{1}{9}$ lub $\{x^2\} = \frac{2}{3} + \frac{1}{9} = \frac{7}{9}$ lub $\{x^2\} = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$.

Rozwiązanie punktu d) pozostawiam Czytelnikom.